

# MODELISATION DE LA HOULE AU PORT DE BEYROUTH

W. ZAKI, T. BASBOUS, R. YOUNES, S. RAAD

Université Libanaise, Faculté de Génie, Beyrouth, Liban

## Résumé :

Le but de cette étude est d'établir un modèle mathématique qui décrit la propagation des vagues dans les bassins du Port de Beyrouth.

Le modèle élaboré sous Matlab a pour data input les caractéristiques de la houle au large entrant dans la zone de modélisation, et en fonction des paramètres géométriques et physiques de réflexion, de diffraction et de réfraction des différents éléments du contour des bassins, déjà définies dans des routines du programme, les équations de mouvement vertical de la surface libre de l'eau sont élaborées par intégration des équations de Berkhoff.

L'intérêt pratique de ce travail réside dans la possibilité d'évaluer l'atténuation des vagues en tout point du plan d'eau des bassins, ce qui permet d'optimiser la forme d'extension des quais et du brise-lames pour assurer une amplitude maximale des vagues inférieure à une certaine limite.

L'approche mathématique consiste donc, dans sa première partie, à faire une étude détaillée de la houle au large avec ses différentes caractéristiques et phénomènes, suivie en deuxième partie d'une justification du choix des équations les plus adaptées à notre cas (Berkhoff), selon les conditions physiques du site étudié, pour décrire le mieux le phénomène de propagation des vagues. La troisième partie couvre le calcul, sous Matlab, des équations de la surface libre de l'eau des bassins du Port.

## I - LA HOULE AU LARGE

### Description et propriétés:

Comme première approche, on limitera la notation "houle" au cas d'une répétition d'ondes quasiment symétriques et identiques. En la définissant ainsi, les crêtes très accentuées qu'on remarque la présence dans le cas réel, ne font pas partie de la houle, mais sont plutôt appelées "vagues".

Les caractéristiques principales de la houle sont:

La longueur d'onde "L", La période "T", La hauteur en grande profondeur: " $H_\infty$ ", La pente de la crête: " $\alpha$ ", La pente du creux: " $\beta$ ", ( $\beta < \alpha$ ), Le plan de symétrie "P", Le niveau de repos ou de mer calme, Le niveau moyen, La célérité: "C", ( $C=L/T$ ).

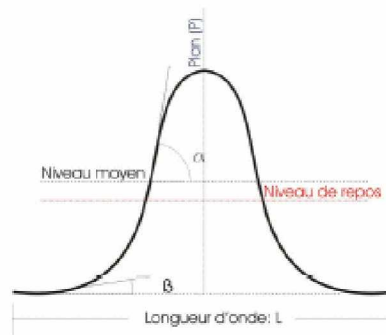


Fig. I-b. Caractéristiques d'une crête.

Deux grandeurs composées sont particulièrement importantes:

- La première est la cambrure " $\gamma$ " ( $\gamma=H/L$ ), "H" étant la hauteur locale.
- La deuxième est le nombre d'onde "K", ( $K=2\pi/L$ ).

## Classification des houles:

Plusieurs modèles ont été élaborés pour décrire le phénomène de la houle. Le domaine de validité de ces différents modèles est exposé sur la figure suivante:

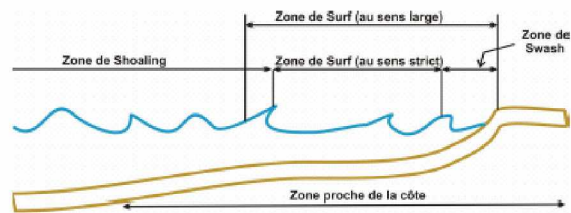
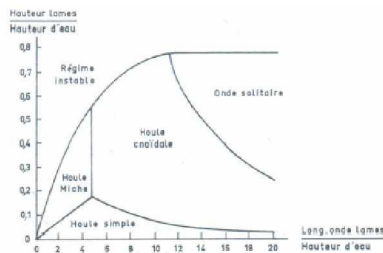


Fig. I-d. Zones côtières.

- Les houles monochromatiques: des houles qui varient dans le temps en sinusoïde, et sont essentiellement décrites par Gerstner et Stokes.
- Les houles de Miche.
- Les houles cnoïdales: appelées ainsi par les savants qui en ont élaboré la formulation analytique.
- Les houles solitaires: cas limite des houles cnoïdales.

## Les différentes zones côtières:

En s'approchant de la plage, la houle parcourt les zones suivantes (voir fig. I.d):

- La zone de "Shoaling": Où a lieu une variation de la hauteur de la houle due à une variation de profondeur.
- La zone de "surf": Caractérisée par une turbulence complexe.
- La zone de "swash": Partie couverte ou découverte par l'eau en alternance.

## Les mouvements de la houle:

**1 - La réfraction:** Lors de sa progression sur des fonds de profondeurs variables, la houle subit une modification de certaines de ses caractéristiques, notamment son amplitude et sa célérité, sa période étant conservée. Cette modification, due à la variation de la profondeur, est connue sous le nom de "réfraction de la houle", et est prédominante surtout loin de la côte (zone de shoaling). Plus précisément, la réfraction agit de façon à ce que les lignes des crêtes tendent à rétablir le parallélisme avec les lignes de niveau.

**2 - La diffraction :** Ce phénomène se manifeste par la concentration ou la divergence des lignes de houle lors de l'affrontement d'un cap, d'une baie, d'un musoir, d'une passe ou d'autres géométries rendant non valable l'hypothèse de la propagation de l'énergie selon les normales aux crêtes, admise généralement pour la réfraction.

Ce phénomène est logiquement comparable à celui observé dans le cas des ondes électromagnétiques, comme tous les deux entraînent, entre autres, une augmentation ou une atténuation de la pression locale, selon le cas.

**3- La réflexion:** La rencontre de deux ondes sinusoïdales de même amplitude se propageant en sens inverse conduit, selon le principe de superposition, à une onde résultante ayant une amplitude double, et à la formation de nœuds stationnaires.

Ceci est valable dans le cas d'une houle monochromatique et diffère peu de ce qu'on obtiendrait quand la houle entre en choc contre un mur vertical par exemple. Les nœuds stationnaires de vibration verticale naissent à  $(2m+1).L/4$  du mur considéré, où "m" est un entier positif ou nul.

La réflexion se produit aussi quand la houle rencontre un obstacle incliné, mais l'étude mathématique du phénomène sera compliquée par le déferlement.

Une des conséquences importantes de la réflexion est l'apparition du "clapotis". On définit le "clapotis" comme étant le mouvement de l'eau résultant de la rencontre de deux houles identiques se propageant en sens inverse. Selon l'approximation mathématique adoptée, on distingue (comme pour la houle): Le clapotis monochromatique, le clapotis de Miche, le clapotis cnoidale, la réflexion de la houle solitaire. La période d'oscillation sur place du clapotis est supposée identique à celle des houles incidente et réfléchie.

**4- Le déferlement:** Le déferlement se produit quand les lames atteignent une certaine cambrure limite, au delà de laquelle le profil devient instable.

Il se produit alors une brisure de la partie haute du profil au travers, qui devient alors le siège d'un bouillonnement d'écume, auquel on donne le nom de "mouton".

On distingue:

- Le déferlement en "volute" ou "plongeant": où le profil se déforme rapidement et se dresse avant que sa partie supérieure ne plonge et se brise brutalement:
- Le déferlement frontal: la partie frontale du profil se gonfle et prend un aspect moutonné.
- Le déferlement glissant: la symétrie du profil est conservée et il y a formation d'écume à la partie supérieure:

La houle subit, lors de sa propagation d'une zone de profondeur infinie vers la côte, plusieurs déferlements transitant de l'une à l'autre des types de classement. A proximité de la côte, il y a formation de ce qu'on appelle "rouleaux" résultants d'un déferlement répétitif des trains des crêtes.

Le déferlement peut se produire aussi par choc brutal contre un obstacle, rendant impossible la formation normale du clapotis qui aurait lieu lors d'une réflexion.

Plusieurs critères ont été proposés pour calculer la hauteur maximale "Hmax", à partir de laquelle la houle déferle. On en cite en particulier:

- Le critère de Miche: Ce critère est valable pour des fonds plats:

$$H_{\max} = 0.14 \cdot L \cdot \tanh(K \cdot d) \cong \frac{0.88}{K} \tanh(K \cdot d).^2$$

- Le critère de Battjes et Janssen: Battjes et Janssen ont introduit un terme correctif à l'expression de "Hmax" proposée par Miche, de façon à ce qu'elle tienne compte de la pente du fond:

$$H_{\max} = \frac{0.88}{K} \tanh\left(\frac{\gamma \cdot K \cdot d}{0.88}\right) \text{ dans laquelle: } \gamma = 0.5 + 0.4 \tanh\left(\frac{33 H_0}{L_0}\right)$$

où:  $\begin{cases} H_0 : \text{la hauteur quadratique moyenne.} \\ L_0 : \text{longueur d'onde en profondeur infinie.} \end{cases}$

En plus, Battjes et Janssen ont proposé un modèle du profil de la hauteur quadratique moyenne "Hrms" de la houle, tenant compte du déferlement. Ils ont introduit un terme "Qb" représentant la probabilité qu'il y ait que la houle déferle, ou ait déjà déferlé, à une profondeur donnée.

Si "Hrms" est la hauteur critique, on a la relation:

$$\frac{1 - Q_b}{\ln Q_b} = - \left( \frac{H_{rms}}{H_{\max}} \right)^2$$

Connaissant: d(x) : profondeur, fonction de x; Hrms0: "root mean square" de la hauteur de la houle en profondeur infinie; T: période de la houle; K(x): nombre d'onde, fonction de x. On peut calculer Hrms(x)

## II - EQUATION DE LA SURFACE LIBRE DE LA HOULE

### Mise en équation

Equation de continuité	$\nabla^2 \Phi = 0$
Condition de non pénétration au fond	$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z=-d} = 0$
Condition dynamique en $z = \eta$	$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g \eta \right)_{z=\eta} = 0$
Condition cinématique en $z = \eta$	$\left( \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z=\eta} = 0$
Relation en $z = \eta$	$\left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z=\eta} = \left[ - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{z=\eta}$

### La houle d'Airy:

Airy (1845) proposa une solution approchée au système décrit dans le paragraphe ci-dessus, en linéarisant l'équation de quantité de mouvement. Cette solution est valide dans l'hypothèse de linéarité, c'est à dire quand le terme  $(u^2 + w^2)$  est négligeable devant les autres. Ceci est vrai dans les conditions suivantes:

$$\begin{cases} H \ll L \\ H \ll d \end{cases}$$

C'est à dire que la solution de Airy est valable pour les **ondes de petite amplitude**. Le domaine de définition de la fonction  $\Phi$  est le suivant:

$$\begin{cases} -d \leq z \leq \eta \\ -\infty < x < +\infty \end{cases}$$

Ne connaissant pas  $\eta$ , les contours du domaine sont également inconnus. Dans l'hypothèse d'ondes de petite amplitude, il est possible de fixer le domaine de définition de  $\Phi$  en négligeant  $\eta$  devant la profondeur d et la longueur d'onde L.  $\Phi$  est alors définie pour:

$$\begin{cases} -d \leq z \leq 0 \\ -\infty < x < +\infty \end{cases}$$

Le problème à résoudre devient ainsi:

Equation de continuité	$\nabla^2 \Phi = 0$
Condition de non-pénétration au fond	$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)_{z=-d} = 0$
Condition dynamique en $z = 0$ : surface libre ( $p = p_{\text{atm}}$ )	$\left(g\eta + \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{z=0} = 0$
Relation de Poisson	$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)_{z=0} = 0$

La solution est obtenue grâce à la méthode de séparation des variables. Plus précisément, étant données les oscillations attendues en x et t, la solution est supposée être de la forme:

$$\Phi(x, z, t) = \phi(z) \cos(kx - \omega t)$$

Pour des raisons de commodité de calcul,  $\Phi$  est recherchée sous forme complexe, seule la partie réelle étant considérée par la suite. Soit:

$$\Phi(x, z, t) = \phi(z) e^{ikx} e^{-i\omega t}$$

En insérant cette expression de  $\Phi$  dans les équations ci-dessus on obtient:

Equation de continuité	$-k^2 \phi(z) + \phi''(z) = 0$
Condition de non-pénétration au fond	$\phi'(z = -d) = 0$
Relation de Poisson	$-\omega^2 \phi(z = 0) = -g \frac{\partial \phi}{\partial z}(z = 0)$

D'où l'expression de  $\phi$  :

$$\phi(z) = a \frac{ch[k(z+d)]}{ch(kd)}$$

$$\Rightarrow \Phi(x, z, t) = a \frac{ch[k(z+d)]}{ch(kd)} \cos(kx - \omega t)$$

### Solution de Stokes:

Les ondes considérées ici sont dites **ondes à amplitude finie**, caractérisées par:

$$\begin{cases} H < d \\ H < L \end{cases}$$

Le mouvement étant supposé irrotationnel et plan, il est régi par les équations et conditions aux limites rappelées dans le tableau récapitulatif.

Contrairement à ce qu'a fait Airy, les termes non linéaires sont ici pris en compte. La méthode utilisée, appelée méthode des perturbations, consiste à développer les différentes variables en série de puissance dépendant d'un paramètre  $\varepsilon$ .

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 + \dots + \varepsilon^n \Phi_n + \dots$$

$$\eta = \varepsilon \eta_1 + \varepsilon^2 \eta_2 + \varepsilon^3 \eta_3 + \dots + \varepsilon^n \eta_n + \dots$$

Un des éléments importants de cette méthode est le choix de  $\varepsilon$  qui doit être plus petit que 1 (nécessaire pour que la série converge). Stokes propose la cambrure de l'onde:

$$\varepsilon = \frac{H}{L}$$

On a donc:

$$\Phi = \frac{H}{L} \Phi_1 + \left(\frac{H}{L}\right)^2 \Phi_2 + \left(\frac{H}{L}\right)^3 \Phi_3 + \dots + \left(\frac{H}{L}\right)^n \Phi_n + \dots$$

En introduisant les expressions de  $\Phi$  et  $\eta$ , développés en fonction de  $\varepsilon$ , dans les équations, on obtient la solution globale, somme de toutes les solutions, chacune correspondant à une perturbation d'ordre donné. Il est alors possible de séparer les contributions de chaque perturbation. En effet, si l'on considère l'équation générale suivante:

$$\varepsilon A_1 + \varepsilon^2 A_2 + \varepsilon^3 A_3 + \dots = \varepsilon B_1 + \varepsilon^2 B_2 + \varepsilon^3 B_3 + \dots$$

La contribution à une perturbation du premier ordre vérifie l'équation:  $A_1 = B_1$

La contribution à une perturbation du deuxième ordre vérifie l'équation:  $A_2 = B_2$

Et ainsi de suite, cette procédure va servir par la suite à résoudre les équations à différents ordres de perturbations.

Pour  $n = 2$ , L'expression du potentiel est la suivante :

$$\Phi(x, z, t) = \frac{H}{2} \frac{g}{\omega} \frac{ch[k(z+d)]}{ch(kd)} \cos(kx - \omega t) + \left(\frac{H}{2}\right)^2 \frac{gk}{\omega} \frac{3ch[2k(z+d)]}{8sh^3(kd)ch(kd)} \cos(2(kx - \omega t))$$

### III - L'EQUATION DE BERKHOFF

L'équation de Berkhoff, utilisée dans les problèmes d'ingénierie côtière, permet d'approximer le potentiel de vitesse en régime stationnaire, en tout point (x, y) du domaine étudié. On propose:  $\phi = Z(d, z) \cdot P(x, y, z)$ , Z étant retirée de la théorie de la houle linéaire:

$$Z = \frac{\text{ch}[k(z+d)]}{\text{ch}(kd)}$$

Un développement mathématique connu dans la littérature scientifique abouti à :

$$\nabla \cdot (C \cdot Cg \cdot \nabla \phi) + k^2 C \cdot Cg \cdot \phi = 0 \quad - \text{éq. 12} -$$

Cette dernière relation représente l'équation de Berkhoff, qui est à la base de ce projet.

#### Conditions aux limites:

La résolution de l'équation de Berkhoff dans un domaine donné nécessite la connaissance, sur les frontières de ce domaine, de conditions particulières (les conditions aux limites). Notamment, on distingue :

#### Limite en eau profonde:

L'implémentation d'une génératrice de la houle peut se faire en l'approximant par une solution analytique, telle que celle résultant de la théorie de la houle linéaire. Donc on a à priori une condition de type Dirichlet de la forme :

$$\phi = k_x \cdot \phi_0 \text{ où : } \begin{cases} k_x : \text{coefficient de shoaling, fonction de } (x, y). \\ \phi_0 : \text{potentiel complexe en profondeur infinie : } \phi_0 = \frac{gH}{2w} e^{-i\vec{k}\vec{x}} \cdot e^{i\omega t_0} \end{cases}$$

$\vec{k}$  étant le vecteur d'onde :  $\vec{k} = \begin{pmatrix} k \cos \theta \\ k \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix}$ ,  $\theta$  définissant l'orientation de ce

k étant le vecteur d'onde,

$\theta$  définissant l'orientation de ce vecteur par rapport à l'horizontal ox .

#### Limite réfléchissante

$\phi$  peut être écrite de la manière suivante :

$$\phi = \phi_i + \phi_r$$

où  $\phi_i$  est le potentiel de vitesse de la houle incidente et  $\phi_r$  est celui de la houle réfléchie.

On en déduit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi_i}{\partial n} + \frac{\partial \phi_r}{\partial n}$$

En remarquant la possibilité de simplifier par la partie constante et en notant :

$$\begin{cases} \phi_i : \text{la quantité : } e^{-i\vec{k}\vec{x}} \\ \phi_r : \text{la quantité : } kr \cdot e^{i\vec{k}\vec{x}}, \text{ où } kr \text{ est le coefficient de reflexion, et en prenant l'origine} \\ \text{des axes comme étant le point d'incidence.} \end{cases}$$

On peut écrire :  $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} (e^{-i\vec{k}\vec{x}}) + \frac{\partial}{\partial n} (kr \cdot e^{i\vec{k}\vec{x}})$ , avec

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial n} (e^{-i\vec{k}\vec{x}}) = \nabla (e^{-i\vec{k}\vec{x}}) \cdot \vec{n} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} (e^{-i(k_1x+k_2y)}) \right] \cdot \vec{n} = \begin{vmatrix} -ik_1 e^{-i\vec{k}\vec{x}} \\ -ik_2 e^{-i\vec{k}\vec{x}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{vmatrix} = -i \cdot \vec{k} \cdot e^{-i\vec{k}\vec{x}} \cdot \vec{n} \\ \frac{\partial}{\partial n} (kr e^{i\vec{k}\vec{x}}) = -i \cdot kr \cdot \vec{k} \cdot e^{i\vec{k}\vec{x}} \cdot \vec{n} \end{cases}$$

Au point d'incidence :  $\vec{x} = \vec{0}$ , il vient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial n} = -i\vec{k} \cdot \vec{n} \\ \frac{\partial \phi_r}{\partial n} = -ikr \cdot \vec{k} \cdot \vec{n} \end{cases}$$

Et si l'on fait l'hypothèse d'une incidence normale :  $\vec{k} \cdot \vec{n} = k$  on aboutit à :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial n} = -ik; \text{ soit : } \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{\vec{x}=\vec{0}} = i \cdot (kr - 1)k \\ \frac{\partial \phi_r}{\partial n} = -ikr \cdot k \end{cases}$$

Or

$$(\phi)_{\vec{x}=\vec{0}} = (\phi_i)_{\vec{x}=\vec{0}} + (\phi_r)_{\vec{x}=\vec{0}} = 1 + kr$$

Ce qui permet d'écrire

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{\vec{x}=\vec{0}} = \left( i \frac{kr-1}{kr+1} k \cdot \phi \right)_{\vec{x}=\vec{0}}$$

En particulier : - Cas d'une frontière parfaitement réfléchissante :

$$kr = 1 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

- Cas d'une frontière absorbante

$$kr = 1 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} = -ik\phi$$

$$kr < 1$$

Notons qu'un choc parfaitement élastique n'est pas réaliste, et on a toujours

**NOTE:**

Il y a lieu de définir ici le phénomène de "Shoaling", qu'on introduira dans le programme de création du modèle numérique de la houle:

L'équivalent en Français du mot "Shoaling" est la « réfraction par variation de profondeur ».

La prise en compte de ce phénomène est réalisée au cas d'un fond de pente faible en affectant le potentiel de vitesse en profondeur infinie, d'un certain coefficient de shoaling

« Ks » de façon qu'une approximation, à une profondeur d, de ce potentiel puisse être exprimée par :

$$\phi = Ks \cdot \phi_{\infty}, \text{ où : } \begin{cases} \phi : \text{potentiel de vitesse à la profondeur } d \\ \phi_{\infty} : \text{potentiel de vitesse en profondeur infinie} \\ Ks : \text{coefficient de shoaling : } Ks = \left[ \text{th}(k \cdot d) \cdot \left( 1 + \frac{2k \cdot d}{\text{sh}(2k \cdot d)} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

#### IV - RESOLUTION DU PROBLEME SUR LE PORT DE BEYROUTH :

La résolution des équations bidimensionnelles aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis, dans le cas du Port de Beyrouth, tient compte des éléments suivants :

**1- La bathymétrie** : La détermination des coefficients de l'équation de Berkhoff nécessite la connaissance de la profondeur en chaque point (x, y) du domaine où cette équation est à résoudre ; à ce sujet la carte bathymétrique du fond des bassins du Port fournit toutes les données nécessaires.

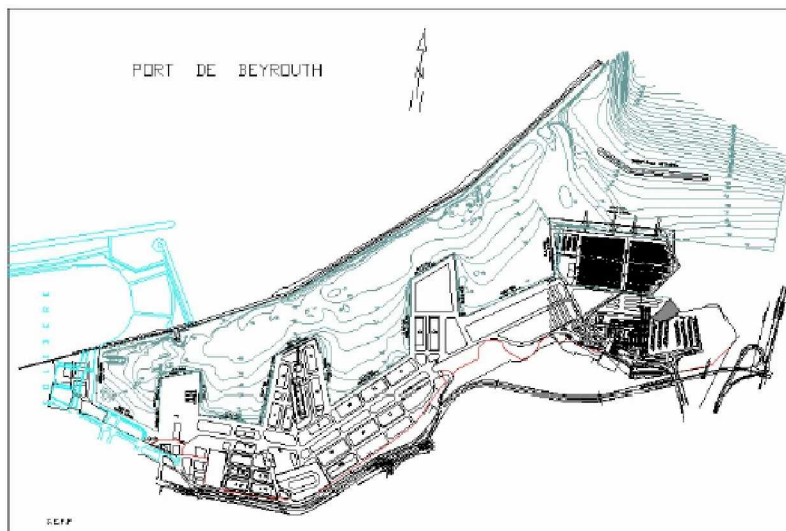


Fig. VI-a. Carte des lignes de niveau.

**2- La forme géométrique des bassins et brise-lames** : En fonction du domaine géométrique 2D du Port que la discrétisation se fait par la méthode des éléments finis, en tenant compte des point particulier de ce domaine.

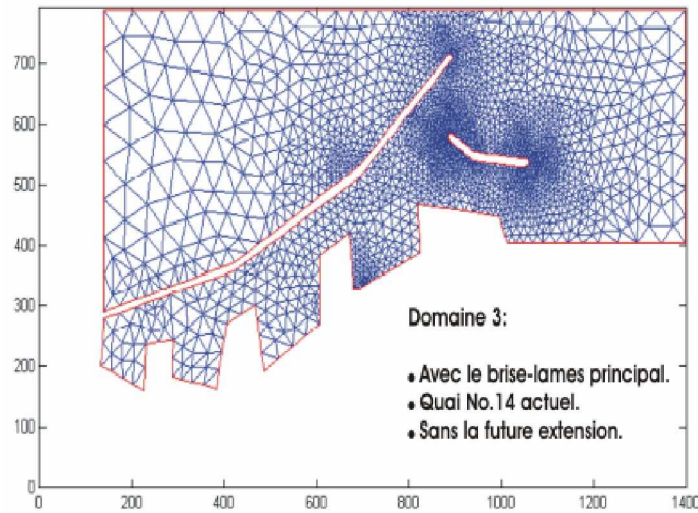


Fig. VII-d. Maillage 3.

### 3- Les Conditions aux limites.

#### 1. Les conditions du type Dirichlet :

On utilise une approximation analytique du potentiel complexe de vitesse  $\phi_0$  en profondeur infinie, retirée de la théorie de Stokes au 1er ordre d'approximation, ce qui revient à poser, avec l'hypothèse d'une pente faible en eau suffisamment profonde.

$$\phi = ks \cdot \phi_0 = ks \cdot \frac{Hg}{2w} e^{-ikx} \cdot e^{iwt}$$

On note que l'équation de Berkhoff conduit à une solution stationnaire, et c'est la résolution pour diverses valeurs de  $t$  qui permet, comme  $\phi$  est périodique, d'approximer la variation de  $\phi$  avec le temps, et par la suite, l'évolution de la surface libre.

#### 2. Les conditions de type Neumann :

Selon le type de la frontière considérée on choisit la forme de la condition de Neumann. Plus particulièrement, cette condition dépend du coefficient de réflexion et s'écrit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = ik \cdot \frac{kr-1}{kr+1} \phi, \text{ ou } \nabla \phi \cdot \vec{n} = ik \cdot \frac{kr-1}{kr+1} \phi$$

$b a , ,$  prennent chacun les valeurs 0 ou bien 1. si  $( ) c b a , ,$  est égal à :

o  $(1, 0, 0)$  alors le résultat est le coefficient  $c = + C. Cg$

o  $(0, 1, 0)$  alors le résultat est le coefficient  $a = k 2 .$

o  $(0, 0, 1)$  alors le résultat est le coefficient  $q = -C. Cg ik ( kr-1)/( kr-1) .$

$kr$  est le 6ème argument représentant le coefficient de réflexion, il vaut :

0.3 pour le brise-lames actuel, 0.5 pour le brise-lames secondaire, 0.7 pour les quais, 0.0 pour les frontières ouvertes.

#### 4-Création et visualisation du modèle numérique de la houle

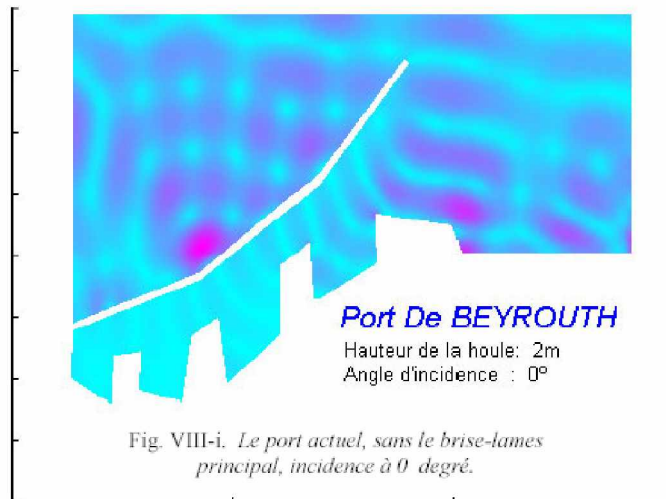
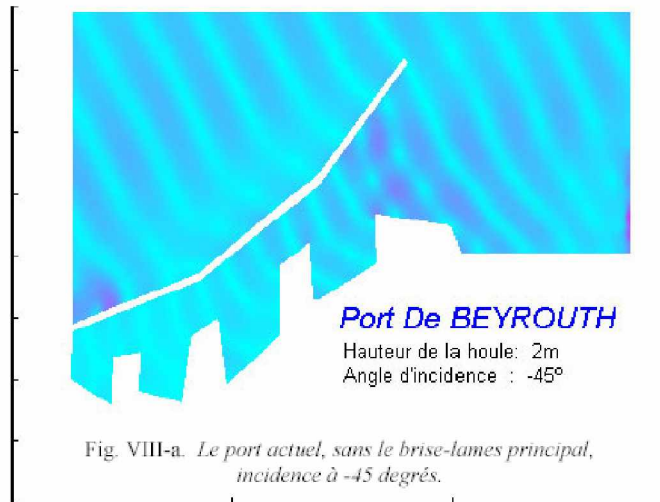
Une fois la définition du domaine géométrique des conditions aux limites et du degré de raffinement du maillage complété, Matlab permet la résolution de l'équation à dérivées partielles, et l'exportation des

résultats numériques. Dans le cadre de ce projet, l'obtention d'un modèle de propagation de la houle nécessite. La détermination du potentiel à plusieurs instants de l'intervalle du temps [0,T], où T est la période de la houle; ce qui implique une résolution répétitive de l'équation de Berkhoff. L'élaboration d'un modèle numérique de la surface libre  $\eta$  en utilisant la relation

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + g\eta \right]_{z=0} = 0$$

Le graphe de  $\eta(x, y)$  à chaque instant considéré, ce qui permet la création d'une séquence d'images, représentant l'évolution de la surface.

### C. Résultats graphiques :



## CONCLUSION

La modélisation numérique de la houle, basée sur l'équation de Berkhoff a donné des résultats en parfaite concordance avec ceux qui ont été à la base de la mise en place du brise-lames actuel.

On peut donc, en extrapolant à la totalité des cas abordés, affirmer la validité des modèles numériques obtenus en introduisant la future extension, le futur quai No. 14, et surtout le brise-lames qu'on a proposé

comme un plus à ce projet dont le thème général est la « modélisation numérique de la houle au port de Beyrouth ».

Le programme-résultat de ce travail s'est avéré efficace, tout en étant suffisamment flexible pour permettre l'obtention d'une solution pour des valeurs quelconques de la hauteur en profondeur infinie et de l'angle d'incidence de la houle génératrice. Cependant, l'équation de Berkhoff sous la forme réduite ne permet pas la prise en compte du déferlement. Ceci rend le modèle moins vraisemblable à mesure que la hauteur en profondeur infinie croisse, et que l'eau devienne moins profonde.

Une conséquence directe de ce qui précède est l'impossibilité d'appliquer ce modèle à une côte sableuse par exemple, où les profondeurs faibles existent, et donc où le déferlement est plus marqué, surtout pour les hauteurs importantes de la houle génératrice. En plus, le mouvement de la houle dans la zone de Swash ne peut pas être modélisé de la façon prédécrite, comme le domaine à considérer doit nécessairement, pour permettre la résolution de l'équation de Beyrouth, présenter des limites bien définies.

Une amélioration importante sera de remplacer les conditions Dirichlet aux frontières Est et Ouest, se servant de l'hypothèse de la pente faible, et donc du coefficient de shoaling, par des conditions du type Neumann ne faisant pas l'hypothèse d'une incidence normale, et nécessitant ainsi un calcul préalable de l'angle d'incidence. A toute mesure, le travail peut être à la base d'une étude plus importante, conduisant par exemple à un logiciel compilé de modélisation spécialisé qui soit plus élaboré, et mieux adapté à maîtriser des situations complexes.