

# Prédiction du comportement élastique endommageable de matériaux composites à renfort orthogonal 3D

Zoheir Aboura\* Christiane EL Hage\*\*, Rafik Younès\*\*\*, Malk Benzeggagh\*\*, Mohammed Zoater\*\*\*

\*L3M IUT de Tremblay-en-France Paris 8  
Rue de la Râperie 93290 Tremblay-en-France  
aboura@utc.fr

\*\* Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval

\*\*\* Université Libanaise, Faculté de Génie, Beyrouth, Liban

## Résumé :

*Cette étude concerne la prédiction du comportement élastique endommageable de matériaux composites à renfort orthogonal 3D carbone. Le modèle proposé est basé sur la technique d'homogénéisation après avoir déterminé les rigidités locales du VER. Deux types de VER font l'objet de cet article. Le premier nommé cellule unitaire est simplifié alors que le second nommé, cellule globale, prend en compte les détails de l'architecture du renfort. La modélisation du comportement élastique est étendue à la prédiction des premiers endommagements avec leur localisation suivie de la prédiction des propriétés ultimes. Une comparaison avec des résultats expérimentaux est effectuée.*

## Abstract :

*This study relates to the prediction of the elastic behavior of composite material with orthogonal 3D carbon reinforcement. The model suggested is based on the technique of homogenization after having determined local rigidities of the REV (representative elementary volume) Two type of REV are the subject of this article. The first named unit cell is simplified whereas the second named, global cell, take into account the detail of the architecture of the reinforcement. The modeling of the elastic behavior is extended to the prediction of the first damages with their localization followed by the prediction of the ultimate properties. A comparison with experimental results is carried out.*

## Mots clefs :

**Composite, Homogénéisation ; Orthogonal 3D .**

## 1 Introduction

Le renforcement dans la troisième direction des matériaux composites est une étape nécessaire à l'évolution de ces matériaux. De nombreux travaux ont montré l'intérêt d'une telle démarche [1,2,3]. De plus avec le développement des moyens de tissage, les possibilités sont innombrables. Le problème qui se pose actuellement concerne les moyens de prédiction des propriétés mécaniques de ces matériaux en tenant compte de la complexité de leurs architectures. En effet, le pas de couture, le motif de l'interlock, la géométrie du fil créneau dans le cas des orthogonaux sont des facteurs supplémentaires à rajouter à la complexité des matériaux composites.

Cette étude aborde la prédiction du comportement mécanique de matériaux composites à fibres de carbone et résine époxy et architecture orthogonale 3D. Il s'agit de proposer une modélisation analytique tenant compte des paramètres structuraux de l'architecture du composite. Cette démarche s'inspire de précédents travaux sur la modélisation des matériaux composites à renfort tissés 2D [4]. Elle permet, outre la prédiction de la matrice d'élasticité 3D de ces matériaux d'aborder le problème de la rupture. Dans ce cas,

l'utilisation de critères de rupture 2D n'est plus suffisant et il est alors nécessaire d'aborder le problème par le biais d'un critère tensoriel tridimensionnel. Les résultats de ces prédictions seront comparés à certains résultats expérimentaux.

## 2 Présentation du matériau

Le matériau de cette étude est un composite à renfort carbone T300 J 3D orthogonal, de 8 mm d'épaisseur et de résine Epoxy RTM6. La préforme est élaborée suivant les trois directions orthogonales d'un repère cartésien. Les renforts dans la troisième direction juxtaposent les mèches longitudinales et transversales tout le long de l'épaisseur. Ils sont verticaux au cœur de la préforme, et prennent ensuite une forme de courbure concave dans les semelles. L'ensemble du renfort forme une géométrie à architecture interne structurée, bien ordonnée. La figure 1 représente une combinaison d'une section longitudinale du matériau de l'étude et d'une schématisation de la face supérieure. Les proportions de mèches sont de 46% en sens chaîne, 46% en sens trame et 8% pour le renfort vertical. L'architecture sèche est imprégnée de résine par le procédé RTM. La figure 1 représente une combinaison d'une section longitudinale du matériau de l'étude et d'une schématisation de la face supérieure.

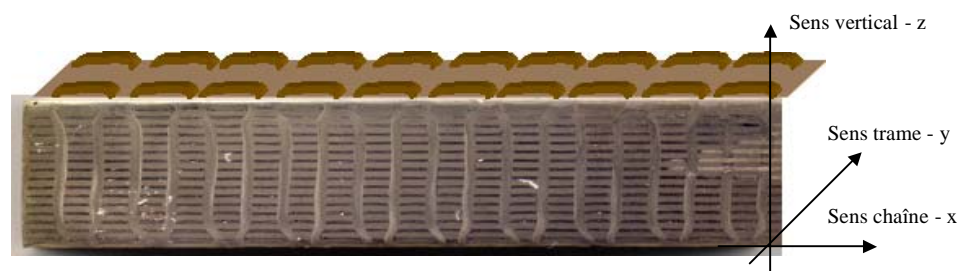


FIG . 1 : Représentation du matériau 3D orthogonal

## 3 Modélisation analytique

### 3.1 Choix du VER

La périodicité géométrique d'un composite est décrite de manière conventionnelle en terme de cellule de base ou volume élémentaire représentatif (VER). Elle est définie par la condition que le composite tout entier peut être construit à partir de copies de celle-ci translattées dans l'espace. La réponse d'un composite à un chargement peut alors être calculée en analysant le comportement de cette seule cellule de base. Pour chaque structure périodique, il y a une multitude de choix possibles. Les symétries dans un composite orthogonal 3D associés à un souci de simplification des calculs imposent deux voies principales :

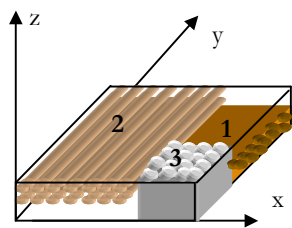


FIG. 2: Représentation schématique du VER de la cellule unitaire (CU)

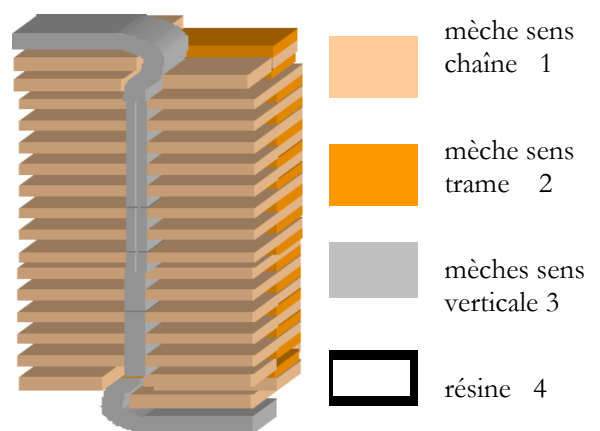
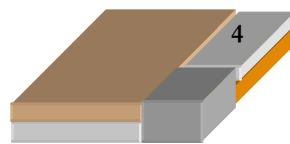


FIG. 3 : Représentation schématique du VER de la cellule globale.

### 3.1.1 Cellule unitaire (CU)

Ce VER néglige l'ondulation supérieure et inférieure du renfort vertical. De ce fait il est alors possible de proposer une cellule élémentaire très simple et par conséquent nécessitant un temps de calcul réduit. Ce VER est constitué de compartiments de mèches et résine, de forme parallélépipédique, juxtaposés les uns aux autres comme le montre la figure 2. Il ressort alors le VER de volume  $0.60 \text{ mm}^3$  dont les volumes de chaque constituants et leur proportion sont donnés dans le tableau 1.

### 3.1.2 Cellule globale (CG)

Ce VER prend en compte la forme réelle de la mèche verticale, sur la totalité de l'épaisseur du matériau (Fig. 3). Les 16 mèches sens chaîne et trame sont alors modélisées par des compartiments de forme parallélépipédiques. La mèche verticale est modélisée par cinq types de compartiment choisis selon les orientations des fibres : deux horizontales au niveau des surfaces, deux en forme de courbure au niveau des semelles supérieure et inférieure et une verticale. La courbure de la mèche est modélisée sur la base de quatre cercles tangents de rayon moyen égale à  $3/2$  la largeur de la mèche verticale, soit  $0.675 \text{ mm}$ . Cette valeur est sensiblement égale à la valeur moyenne de  $0.6322 \text{ mm}$  déterminée par l'analyse microscopique. Le volume totale du VER de la cellule globale est de  $21.352 \text{ mm}^3$ , les volumes des constituants et leur proportion sont donnés dans le tableau 1.

les constituants	Volume des constituants du VER ( $\text{mm}^3$ )		Proportion des volumes dans le VER	
	unité de cellule (UC)	Cellule globale (CG)	unité de cellule (CU)	Cellule globale (CG)
la mèche sens chaîne	0.18	5.92	30.82 %	27.74 %
la mèche sens trame	0.25	7.79	42.80 %	36.53 %
la mèche sens verticale	0.04	1.92	6.58 %	9.01 %
les compartiments de résine	0.11	1.92	19.80 %	26.72 %

Tableau 1: Volumes et proportions des constituants des VER

#### 3.1.2.1 Modélisation de la courbure du renfort vertical

Suite aux analyses d'images, la courbure du renfort vertical a été modélisée par la construction formée de quatre cercles deux à deux ayant comme point origine de construction un point définie fonction des caractéristiques géométriques de l'échantillon (figure 4).

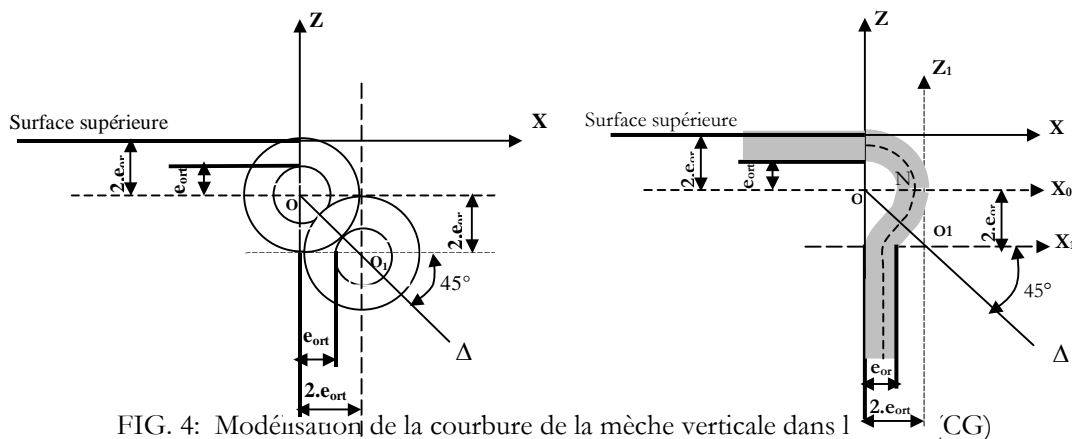


FIG. 4: Modélisation de la courbure de la mèche verticale dans l'unité de cellule (UC) et la cellule globale (CG)

## 3.2 Principe du modèle

### 3.2.1 Propriétés élastiques

Après avoir choisi un volume élémentaire représentatif (VER), ce dernier est décomposé en fonction de ses constituants. Le comportement élastique de chaque constituant est alors exprimé par une matrice de rigidité

tridimensionnelle  $[C_{ij,k}]$ . Pour ce qui est des renforts sens chaîne, trame et vertical, la matrice de rigidité est exprimée dans le repère de la mèche (repère 123) puis transformée dans le repère de la cellule de base (repère xyz) en tenant compte de l'orientation de la mèche.

La connaissance des matrices transformées pour chaque constituant  $k$  permet de déduire la matrice de rigidité globale de la cellule de base selon la relation [1] en tenant compte des fractions volumiques de chaque constituant. ( $V_t$  étant le volume total du VER,  $V_k$  le volume de chaque constituant). Le modèle exprimé par l'équation 1 repose sur l'hypothèse d'iso déformations dans le VER.

$$C_{ij,Globale} = \frac{1}{V_t} \sum_{k=1}^n V_k \cdot C'_{ij,k} \quad ; \text{ pour } i=1,\dots,6 \text{ et } j=1,\dots,6 \quad [1]$$

### 3.2.2 Propriétés à la rupture

La détermination des rigidités locales permet, de déterminer le tenseur des contraintes locales de chaque sous élément du VER pour un niveau de chargement macroscopique donné. Il est alors possible d'appliquer le critère de rupture tensoriel 3D de Tsai-Wu qui prend en compte l'effet tridimensionnel de la texture du matériau.

L'écriture tensorielle du critère est:  $F_i \cdot \bar{\sigma}_i + F_{ij} \cdot \bar{\sigma}_i \cdot \bar{\sigma}_j = 1$  ; pour :  $i,j = 1,\dots,6$  [2]

Les termes linéaires  $F_i$  et  $F_{ij}$  ( $j=i$ ) ainsi que les contraintes ultimes de cette expression sont déterminés par essais de traction, compression et cisaillement sur les constituants ou encore, dans certains cas issus de la littérature. La complexité de l'utilisation d'un tel critère réside en fait, dans la détermination des coefficients d'interactions  $F_{ij}$ ; pour  $i \neq j$ . Pour ce qui est de cette étude, les coefficients utilisés sont issus des travaux Khellil [5].

Ainsi, à chaque incrément de chargement la valeur du critère est déterminée. Si celle-ci atteint 1 sur un élément, la rigidité de celui-ci est réduite [4] et une nouvelle homogénéisation est alors effectuée. Le calcul s'achève lorsque l'ensemble des éléments vérifie le critère de Tsai.

## 4 Présentation des résultats

### 4.1 Comportement élastique

Les propriétés mécaniques de chaque type de mèche, sens chaîne trame et verticale, déterminées analytiquement [6] diffèrent selon le VER choisi. En effet les volumes des constituants évoluent, par contre la fraction volumique totale du composite est maintenue constante pour les deux VER (tableau 2). Le tableau 3 présente les propriétés élastiques 3D obtenus pour chaque VER ainsi que les propriétés expérimentales en utilisant les lois de mélanges [6].

Méthode analytique	Propriétés mécaniques des mèches							
	Type de mèche	Vf	$E_L$ (Gpa)	$E_T=E_Z$ (Gpa)	$G_{LT}=G_{LZ}$ (Gpa)	$G_{TZ}$ (Gpa)	$\nu_{LT}$	$\nu_{TZ}$
Cellule unitaire (CU)	chaîne	0.71	165.58	15.11	6.05	5.17	0.31	0.45
	trame	0.51	120.05	8.42	3.24	2.85	0.32	0.47
	verticale	0.58	135.52	10.01	3.91	3.52	0.33	0.49
Cellule globale (GC)	chaîne	0.79	183.65	21.04	8.52	7.88	0.31	0.45
	trame	0.60	140.18	10.59	4.15	3.74	0.32	0.47
	verticale	0.42	99.68	6.89	2.60	2.36	0.33	0.49

Tableau 2: Propriétés élastiques des constituants

	Propriétés mécaniques 3D du tissage orthogonal								
	E <sub>1</sub> (Gpa)	E <sub>2</sub> (Gpa)	E <sub>3</sub> (Gpa)	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$	G <sub>12</sub> (Gpa)	G <sub>13</sub> (Gpa)	G <sub>23</sub> (Gpa)
<b>Modèle analytique</b>									
<b>Cellule unitaire</b>	57.30	58.63	19.80	0.072	0.26	0.26	3.68	3.55	3.45
<b>Cellule globale</b>	57.46	58.94	15.66	0.067	0.36	0.37	4.30	4.11	3.96
<b>Expérimentales</b>	57.5±1.8	-	15.534±1.09	0.028	0.26	0.26	4.114±0.05	-	-

Tableau 3: Résultats du comportement élastique issus des études analytiques, numériques et expérimentales

L'effet du choix du VER se ressent dans la détermination des propriétés dans l'épaisseur ainsi qu'en cisaillement. En effet, la cellule globale donne des résultats proches de l'expérimentation contrairement à l'unité cellulaire qui surestime le module E<sub>3</sub> et sous estime les modules de cisaillement. Par contre la prédiction des propriétés élastiques dans le plan (E<sub>1</sub> et E<sub>2</sub>) restent similaires pour les deux VER

## 4.2 Propriétés ultimes

Les résultats analytiques des contraintes à la rupture par application du critère 3D de Tsai-wu ainsi que les résultats expérimentaux sont donnés dans le tableau 4. La modélisation propose des contraintes ultimes, en traction dans le sens longitudinal, égalent indépendamment du choix du VER. En effet comme dans le cas de l'élasticité, le comportement dans le sens 'Ox' est géré par les mèches longitudinales. De ce fait l'effet de l'ondulation du renfort vertical, pris en compte dans le cas de la cellule globale, intervient très peu. Par contre dans la troisième direction, on constate une nette différence entre le comportement des deux VER. Des essais expérimentaux en compression qui devront être menés dans le futur devront départager les deux approches.

Type de sollicitation		Déformation et contrainte à la rupture (Mpa)		
		Modèles analytiques		Expérimentale
		CU	CG	
traction selon x	$\sigma_{xx t}$	770	770	780±50
	$\epsilon_{xx t}$	1.47%	1.46%	1.25%±0.07
traction selon y	$\sigma_{yy t}$	770	710	-
	$\epsilon_{yy t}$	1.46%	1.45%	-
compression selon z	$\sigma_{zz c}$	600	420	-
	$\epsilon_{zz c}$	3.03%	3.10%	-

Tableau 4: Résultats des propriétés ultimes issus des études analytiques, numériques et expérimentales

La démarche utilisée permet la détermination des états de contraintes locales et de ce fait il est possible de déterminer à quel niveau de contrainte macroscopique un élément vérifie le critère de Tsai. Il est alors intéressant d'analyser les endommagements susceptibles de se produire au sein des éléments constitutifs. On s'intéresse à la cellule globale dans le cas du chargement uniaxial dans le sens 'Ox'. Ainsi l'ondulation du renfort vertical est divisée en 1024 sous éléments. La figure 5 indique l'emplacement des sous éléments qui ont vérifié le critère ainsi que le niveau de la contrainte macroscopique appliquée. La simulation montre que la première rupture se produit dans le secteur : ]+51,33° ; +58,54°[ dans le plan xz par rapport à l'axe x de référence à une contrainte de 180 Mpa. Ceci correspond à des orientations de fibres comprises entre : ]141,42° ; 148,62°[. En augmentant la contrainte macroscopique, les endommagements restent localisés dans la même zone jusqu'à la contrainte de 220 Mpa où l'endommagement se propage dans la partie inférieure de l'ondulation du renfort vertical localisé par l'angle -44,65° par rapport à l'axe 'Ox'. La simulation semble être confirmée après comparaison avec la phractographie de la figure 5. La suite des endommagements concerne la rupture des mèches trames à un niveau de contrainte macroscopique de 430 Mpa suivi de la partie linéaire du renfort verticale à 550 Mpa et en fin la rupture des mèches chaînes à 770 Mpa indiquant la ruine du matériau.

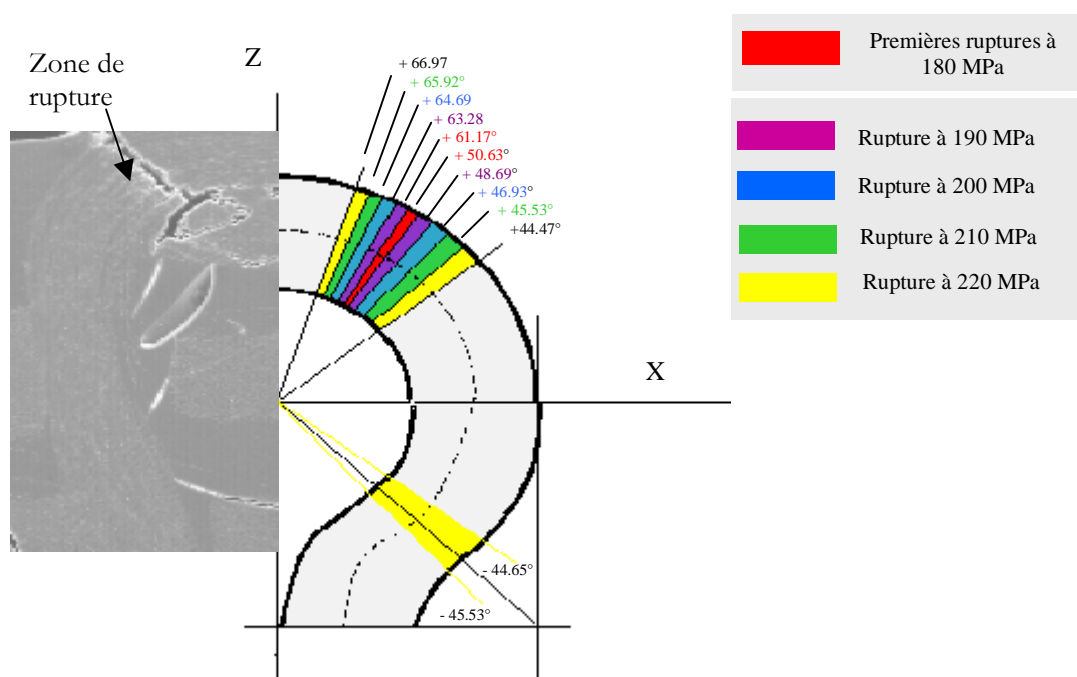


Figure 5 : Zones de vérification du critère de Tsai corrélés à la contrainte macroscopique.

## 5 Conclusion

Cette étude présente une partie des travaux débutés sur la modélisation du comportement élastique endommageable de matériaux composites à renfort tridimensionnel (orthogonal 3D, Interlock et tissé cousu). Le renfort présenté est l'architecture orthogonale 3D. L'étude a montré l'importance du choix de VER notamment dans la prédiction des propriétés hors plan. La démarche proposée reste simple et peu onéreuse en temps de calcul mais permet de prédire les propriétés mécaniques de manière satisfaisantes. Une série de tests hors plan doivent être menés afin de poursuivre la validation de la démarche. De plus cette étude a montré que le modèle associé au critère tensoriel 3D de Tsai permettait de prédire convenablement l'avènement et la localisation des premiers endommagements.

## Références

- [1] Aboura Z., Chouchaoui C.S., Benzeggagh M.L. "Analytical model of woven composite laminate superposition effect of two plies", *Congrès ECCM 6*, EACM, Bordeaux, 1993.
- [2] Kang, T.J. and Lee. S.M., "Effect of stitching on the mechanical and impact properties of woven laminate composite." *J. Comp. Mat.*, 1994, 28, 1574—1587.
- [3] Mouritz, A.P., "The damage to stitched GRP laminates by underwater explosion shock loading." *Comp. Sci and Tech.*, 1995. 55,365—374.
- [4] Scida D., Aboura Z., Benzeggagh M.L, Bocherens E., 1998 "A micromechanics model for 3D elasticity and failure of woven composite materials" *Composite Science and technology*, 1998 vol.58
- [5] Khellil K., 1993. "Evaluation expérimentale d'un critère de rupture tensoriel polynomial tridimensionnel pour matériaux composites", *Thèse de Doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne*.
- [6] Berthelot J.M. 1992, "Matériaux composites : comportement mécanique et analyse des structures", *Edition Masson (1992)*.