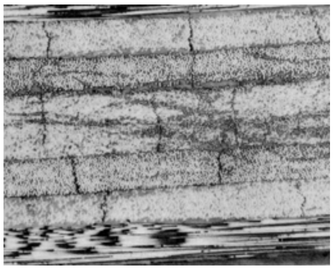
Matériaux Composites

Prof. Rafic YOUNES
Master Mécanique 3M
Beyrouth – 2008



Critères de Rupture des Composites

- Introduction
- Critère de la contrainte maximale
- Critère de la déformation maximale
- Critère de Tsai-Hill
- Critère de Hoffman
- Critère de Tsai-Wu
- Critères de rupture Fibres / Matrices
- Comparaison des Critères
- Rupture des Stratifiés

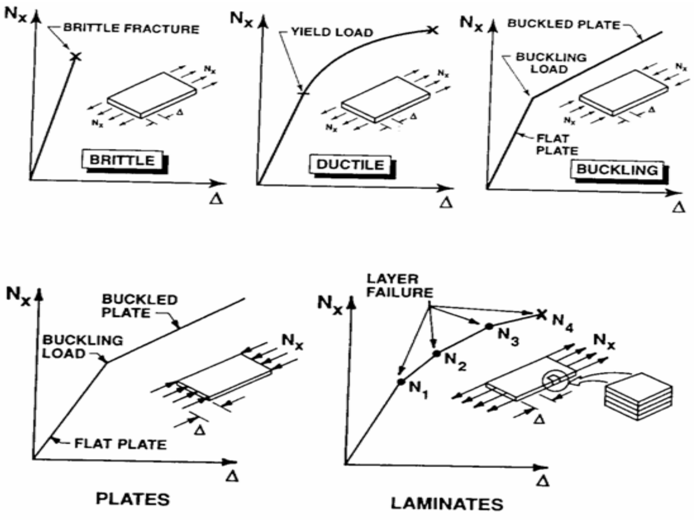
Introduction

- Rupture pour un matériau isotrope
- Facture de sécurité

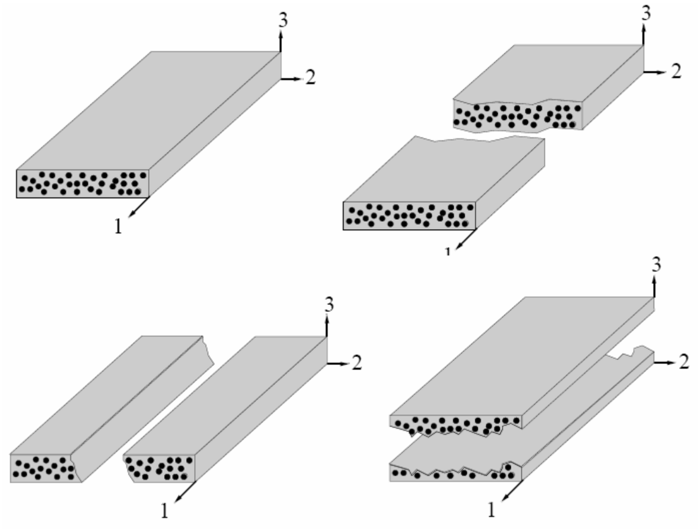
$$R = \frac{\sigma_{ultimate}}{\sigma_{appliquée}}$$

  - R > 1 ➔ Contrainte inférieur au limite de rupture
  - R < 1 ➔ Rupture prédite

Introduction



Introduction



Introduction

- il faut connaître:

- X_t: contrainte limite de traction en direction x_1;
- X_c: contrainte limite de compression en direction x_1;

- Y_t: contrainte limite de traction en direction x_2;
- Y_c: contrainte limite de compression en direction x_2;

- Z_t: contrainte limite de traction en direction x_3;
- Z_c: contrainte limite de compression en direction x_3;

- R: contrainte limite à cisaillement.
- Q: contrainte limite à cisaillement.
- S: contrainte limite à cisaillement.

Introduction

- Les paramètres de résistance sont au moins 5 parce qu'en général la résistance à la traction est différente de celle à la compression, pour diverses raisons. En particulier, si x_1 est la direction des fibres (comme normalement on fait), alors en général on observe que $X_c<X_t$, tandis que $Y_c>Y_t$.

- En direction transversale (x_2), c'est le contraire: en fait, tandis que la matrice domine la résistance à la compression, à la traction celle-ci est influencée par la présence des fibres et donc par l'interface fibres-matrice, qui généralement n'assure pas le même niveau de résistance; en outre, la matrice, qui a souvent un comportement fragile, a normalement une résistance à la compression meilleure que celle à la traction.

Critère de la contrainte maximale

Le critère de la contrainte maximale est un critère qui ne prend pas en compte les interactions possibles entre les différents mécanismes de rupture,

on assume qu'on est à un état de crise si une au moins des conditions suivantes n'est pas respectée:

$$-X_C \leq \sigma_1 \leq X_T$$

$$-Y_C \leq \sigma_2 \leq Y_T$$

$$|\sigma_4| \leq R$$

$$|\sigma_6| \leq S$$

Critère de la déformation maximale

Le critère de la déformation maximale est comme celui de la contrainte maximale, à la seule différence que dans ce cas les limites sont posées sur les déformations:

$$-X_{\varepsilon C} \leq \varepsilon_1 \leq X_{\varepsilon T}$$

$$-Y_{\varepsilon C} \leq \varepsilon_2 \leq Y_{\varepsilon T}$$

$$|\varepsilon_4| \leq R_\varepsilon$$

$$|\varepsilon_6| \leq S_\varepsilon$$

le comportement à la rupture des composites le plus souvent est fragile :

$$X_{\varepsilon C} = \frac{X_C}{E_1} \quad X_{\varepsilon T} = \frac{X_T}{E_1} \quad Y_{\varepsilon C} = \frac{Y_C}{E_2} \quad Y_{\varepsilon T} = \frac{Y_T}{E_2} \quad S_\varepsilon = \frac{S}{G_{12}}$$

Critère de Tsai-Hill

Le critère de Hill (1968) se formule, dans le repère d'orthotropie, de la façon suivante:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{Z}\right)^2 - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}\right)\sigma_1 \cdot \sigma_2 - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2}\right)\sigma_1 \cdot \sigma_3 -$$

$$-\left(\frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2}\right)\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \left(\frac{\sigma_4}{S_{yz}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_5}{S_{xz}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S_{xy}}\right)^2 \leq 1$$

*** Le problème principal du critère de Tsai-Hill, qu'on n'a fait aucune distinction entre la résistance à la traction et celle à la compression**

*** Une seule formulation.**

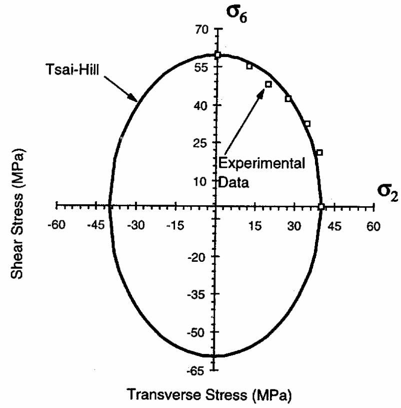
Critère de Tsai-Hill

- Bonne corrélation avec l'expérience dans le cas de chargement plan sur une couche de composite.

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_4 = \sigma_5 = 0$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S_{xy}}\right)^2 \leq 1$$



Critère de Hoffmann

La condition d'admissibilité du champ des contraintes dans le critère de Hoffmann (1967) est la suivante:

$$C_1 \cdot (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + C_2 \cdot (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + C_3 \cdot (\sigma_1 - \sigma_2)^2 +$$
$$+ C_4 \cdot \sigma_1 + C_5 \cdot \sigma_2 + C_6 \cdot \sigma_3 + C_7 \cdot \sigma_4^2 + C_8 \cdot \sigma_5^2 + C_9 \cdot \sigma_6^2 \leq 1$$

$$C_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{Y_t Y_c} + \frac{1}{Z_t Z_c} - \frac{1}{X_t X_c}\right], \quad C_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Z_t Z_c} - \frac{1}{Y_t Y_c}\right],$$

$$C_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Y_t Y_c} - \frac{1}{Z_t Z_c}\right],$$

$$C_4 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}, \quad C_5 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}, \quad C_6 = \frac{1}{Z_t} - \frac{1}{Z_c},$$

$$C_7 = \frac{1}{S_{yz}^2}, \quad C_8 = \frac{1}{S_{xz}^2}, \quad C_9 = \frac{1}{S_{xy}^2}.$$

Critère de Tsai-Wu

Le critère de Tsai-Wu (1971) vient généraliser les critères quadratiques uniquement par son écriture tensorielle :

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_3\sigma_3 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{13}\sigma_1\sigma_3 + 2F_{23}\sigma_2\sigma_3$$
$$+ F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\sigma_3^2 + F_{44}\sigma_4^2 + F_{55}\sigma_5^2 + F_{66}\sigma_6^2 = 1$$

Avec :

$$F_1 = \frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} \qquad F_2 = \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C} \qquad F_3 = \frac{1}{Z_T} - \frac{1}{Z_C}$$

$$F_{11} = \frac{1}{X_T \cdot X_C} \qquad F_{22} = \frac{1}{Y_T \cdot Y_C} \qquad F_{33} = \frac{1}{Z_T \cdot Z_C}$$

$$F_{44} = \frac{1}{Q^2} \qquad F_{55} = \frac{1}{R^2} \qquad F_{66} = \frac{1}{S^2}$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}} \qquad F_{13} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{33}} \qquad F_{23} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{22}F_{33}}$$

Critères de rupture Fibres / Matrices

- Hahn, Erikson & Tsai failure Criteria

$$\textit{fiber failure}: (f_{11}\sigma_1^2)R^2 + (f_1\sigma_1)R - 1 = 0$$

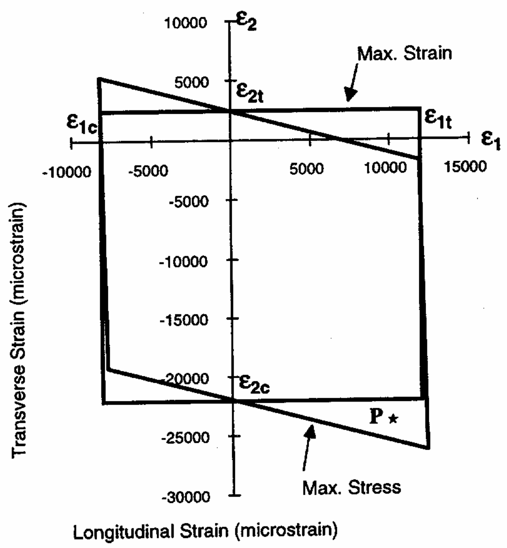
$$\textit{matrix failure}$$
$$(f_{22}\sigma_2^2 + f_{66}\sigma_6^2 + f_{44}\sigma_4^2 + f_{55}\sigma_5^2)R^2 + (f_2\sigma_2)R - 1 = 0$$

- Hashin Failure Criteria

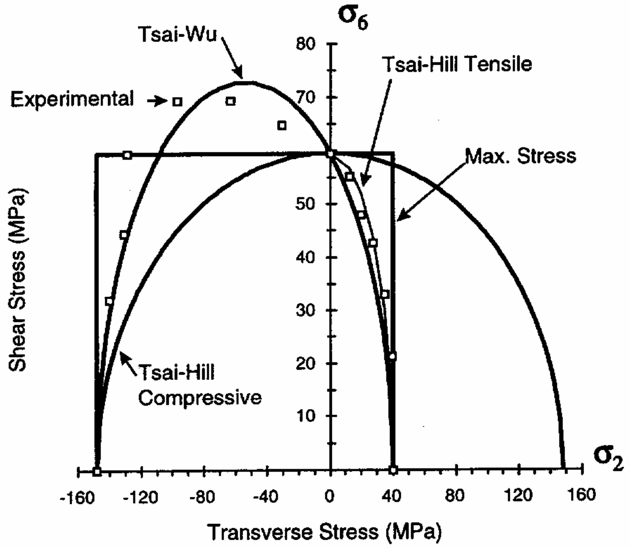
$$\textit{fiber failure}: (f_{11}\sigma_1^2 + f_{66}\sigma_6^2)R^2 + (f_1\sigma_1)R - 1 = 0$$

$$\textit{matrix failure}$$
$$(f_{22}\sigma_2^2 + f_{66}\sigma_6^2 + f_{44}\sigma_4^2 + f_{55}\sigma_5^2)R^2 + (f_2\sigma_2)R - 1 = 0$$

Comparaison des Critères



Comparaison des Critères

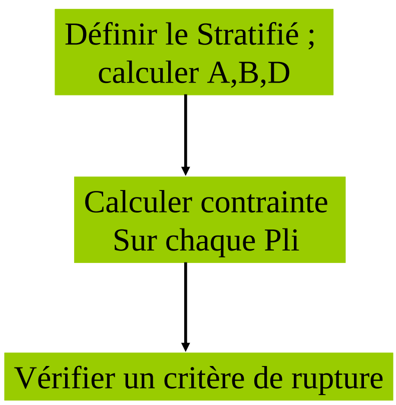


Rupture des Stratifiés

- Utiliser l'un des critères précédents pour prédire la 1er Pli rompu.
- Affecter les propriétés mécaniques du Stratifié par un facteur de dégradation. Ce facteur est généralement difficile à définir.
- Ou Recalculer les A, B et D du Stratifié et les nouveaux contraintes suite à l'élimination successifs des Plis.
- Continuer la boucle jusqu'à rupture de tous les Plis.

Rupture des Stratifiés

Rupture du 1er Pli (FPF)



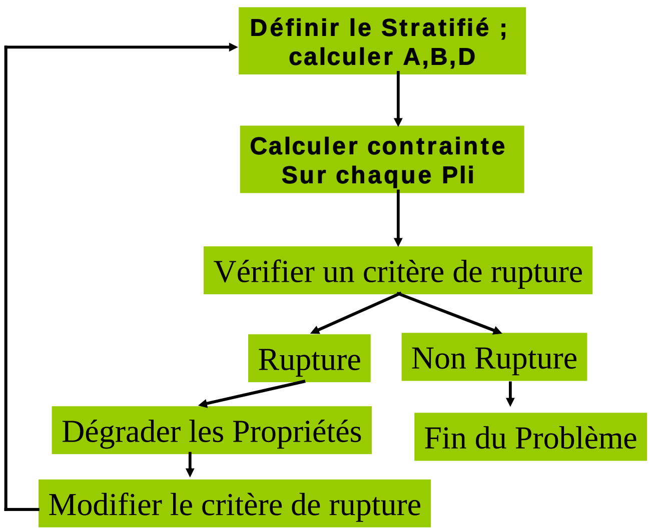
Rupture des Stratifiés

- Rupture du 1er Pli
  - Début de rupture sur la matrice suivi par les fibres
  - Courbe à deux pentes pour un Pli Unidirectionnel

- Dégradation du Pli
  - f_d: facteur de dégradation empirique
    - $E_1 = E_1^0$
    - $E_2 = f_d\, E_2^0$
    - $G_{12} = f_d\, G_{12}^0$
    - $\nu_{12} = f_d\, \nu_{12}^0$
    - $f_{12} = f_d\, f_{12}$
    - ^{0} Originales Propriétés, avant dégradation

- Nouvelle analyse des Contraintes

Rupture des Stratifiés



Rupture des Stratifiés

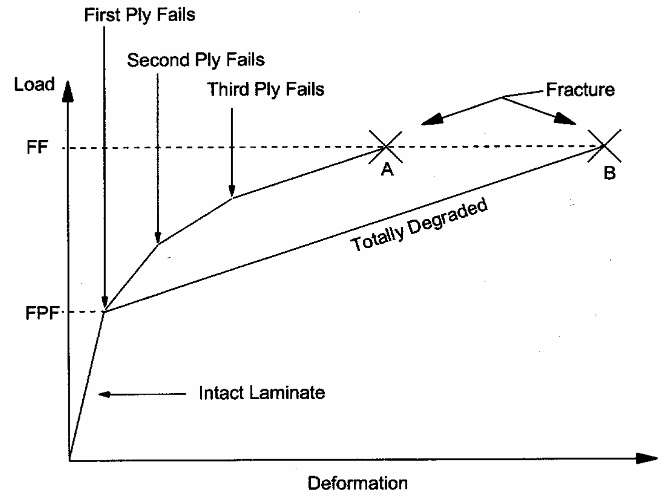


Figure 7.7 Determination of FF load by an incremental and two-step approach.