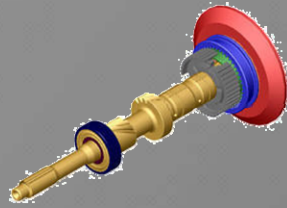


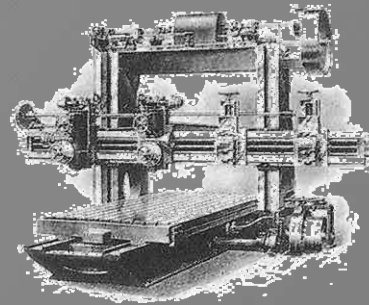
1. Introduction



Deux rôles principaux :



Arbre de transmission



Axe de fixation



1. Introduction



Les critères de calcul :

Critère de résistance

$$\sigma_{eq} \leq \frac{\sigma_e}{S}$$

Vérification à la déformation

$$flèche \leq f_{adm}$$

Calcul des fréquences propres

$$\omega \neq \Omega_{résonance}$$

Critère de fatigue

$$\sigma_{eq} \leq \sigma_D(N)$$



Plan du chapitre



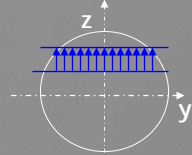
- 1. Introduction
- **2. Contraintes dans un arbre**
- 3. Critère de résistance
- 4. Critère de fatigue
- 5. Vérification à la déformation
- 6. Calcul des fréquences propres
- 7. Matériaux
- 8. Résumé



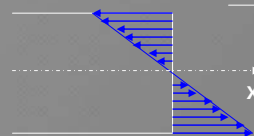
2. Contraintes dans un arbre



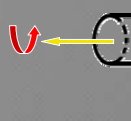
Effort Tranchant



Flexion



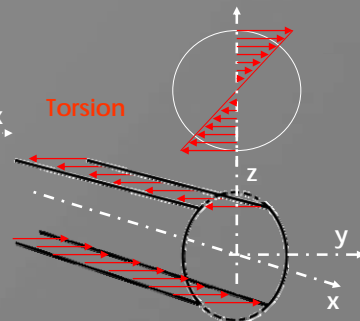
Traction



Traction



Torsion



2. Contraintes dans un arbre



$$\sigma_x = K_u \cdot \sigma_{xt} + \max(\sigma_{xf}) \cdot K_{tf} = K_u \cdot \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2} + K_{tf} \cdot \frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot D^3}$$

$$\tau_{xz} = K_{ts} \cdot \tau_{cis} = K_{ts} \cdot \frac{|T| \cdot A(z)}{l(z) \cdot I_x} \quad \tau_{xy} = K_{ts} \cdot \tau_{torsion} = K_{ts} \cdot \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{yz} & 0 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2)}$$



Plan du chapitre



- 1. Introduction
- 2. Contraintes dans un arbre
- **3. Critère de résistance**
- 4. Critère de fatigue
- 5. Vérification à la déformation
- 6. Calcul des fréquences propres
- 7. Matériaux
- **8. Résumé**



3. Critère de résistance

La contribution de τ_{xz} est faible. Elle est, souvent, négligée.

$$\frac{\tau_{cis}^{moy}}{\sigma_f} = \frac{\frac{4T}{\pi D^2}}{\frac{16T \cdot L}{\pi D^3}} = \frac{D}{4 \cdot L} \quad \longrightarrow \quad \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Matériau ductile : $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$

Critère de résistance : $\sigma_{eq} \leq \frac{\sigma_e}{s} \quad K_{it} = 1$

$$\left(\frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2} + \frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot D^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}\right)^2 \leq \left(\frac{\sigma_e}{s}\right)^2$$

$s = [1.5 - 2]$ *Arbre Statique*

$s = [1.5 - 3]$ *Arbre Transmission*



3. Critère de résistance

Critère de résistance Matériau fragile (Critère de Stassi):

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 - (\sigma_{ec} + \sigma_{et}) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_{ec} \cdot \sigma_{et} \leq 0$$

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3\tau_{xy}^2 - (\sigma_{ec} + \sigma_{et}) \cdot \sigma_x + \sigma_{ec} \cdot \sigma_{et} \leq 0$$

σ_{et} (traction) > 0

σ_{ec} (compression) < 0

$$\left(K_{tt} \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2} + K_{tf} \frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot D^3}\right)^2 + 3 \cdot \left(K_{ts} \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}\right)^2 + \dots$$

$$\left(K_{tt} \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2} + K_{tf} \frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot D^3}\right) \cdot (\sigma_{ec} + \sigma_{et}) + \frac{\sigma_{ec} \cdot \sigma_{et}}{s} \leq 0$$

$s = [1.5 - 2]$ *Arbre Statique*

$s = [1.5 - 3]$ *Arbre Transmission*



4. Critère de fatigue



Selon le Critère de Von Mises

$$\sigma_{me} = \sqrt{\sigma_{xm}^2 - \sigma_{xm} \cdot \sigma_{ym} + \sigma_{ym}^2 + 3 \cdot \tau_{xym}^2} = \sqrt{\sigma_{xm}^2 + 3 \cdot \tau_{xym}^2}$$

$$\sigma_{ae} = \sqrt{\sigma_{xa}^2 - \sigma_{xa} \cdot \sigma_{ya} + \sigma_{ya}^2 + 3 \cdot \tau_{xya}^2} = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + 3 \cdot \tau_{xya}^2}$$

$$\sigma_x = \sigma_{xt} + \max(\sigma_{xf}) \cdot \sin(\omega \cdot t) = \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2} + \frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot D^3} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{torsion} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}$$

$$\sigma_{me} = \sqrt{\left(\frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}\right)^2} \quad \sigma_{me} = \sqrt{0 + \left(\frac{32 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}\right)^2} = \frac{32 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}$$



4. Critère de fatigue



$$s = \frac{\sigma_D(N) \cdot R_{\max}}{\sigma_D(N) \cdot \sqrt{\left(\frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}\right)^2} + \frac{32 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3} \cdot R_{\max}}$$

OU

$$s = \frac{\sigma_e}{\sqrt{\left(\frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}\right)^2} + \frac{32 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3}}$$



Plan du chapitre



- 1. Introduction
- 2. Contraintes dans un arbre
- 3. Critère de résistance
- 4. Critère de fatigue
- 5. Vérification à la déformation
- 6. Calcul des fréquences propres
- 7. Matériaux
- 8. Résumé

5. Vérification à la déformation



Déformation due à un moment de flexion

$$f_{adm} \leq \frac{0.08}{100} \cdot L \quad L : \text{Longueur de la poutre}$$

Calcul de la flèche :

$$E \cdot I(x) \cdot y''(x) = \sum Mf \quad \left| \quad y(x) = \int_0^x \frac{Mf}{E \cdot I(x)} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot dx$$

Déformation due à un moment de torsion

$$\theta_{adm} \leq \frac{L}{200} \quad \left| \quad \theta = \int_{x1}^{x2} \frac{Mt}{G \cdot I_G(x)} \cdot dx$$



5. Vérification à la déformation



Exemple :



Plan du chapitre



- 1. Introduction
- 2. Contraintes dans un arbre
- 3. Critère de résistance
- 4. Critère de fatigue
- 5. Vérification à la déformation
- **6. Calcul des fréquences propres**
- 7. Matériaux
- 8. Résumé

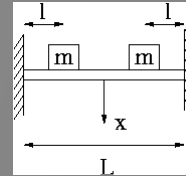


6. Calcul des fréquences propres



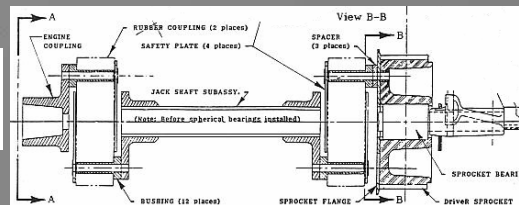
Vibrations due à un moment de flexion

$$N_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g \cdot \sum_i m_i \cdot y_i}{\sum_i m_i \cdot y_i^2}}$$



Vibrations due à un moment de torsion

$$N_c = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{G \cdot I_G \cdot J_1 + J_2}{L \cdot J_1 \cdot J_2}}$$



6. Calcul des fréquences propres



Plan du chapitre



- 1. Introduction
- 2. Contraintes dans un arbre
- 3. Critère de résistance
- 4. Critère de fatigue
- 5. Vérification à la déformation
- 6. Calcul des fréquences propres
- **7. Matériaux**
- 8. Résumé



7. Matériaux



Acier ordinaire ($0.15 < C < 0.3$)	Mécanismes peu sollicités
XC38 – XC42 – XC48	Moyenne trempabilité
25CD4	Bonne résistance à l'usure
35CD4 – 42CD4	Usinabilité, Soudabilité
55S7 – 45CD4 – 50CV4	Arbres de fortes sections
38C4	Bonne résistance aux chocs
20NC6 – 30NC11 – 30CND8	Trempabilité, résistance aux chocs
XC18	Peu de fatigue et de chocs
20MC15	Usage courant
18CD4	Bonne résistance à l'usure
16NC6	Bonne résistance aux chocs
20NCD2 – XC42TS	Bonne résistance à la fatigue
30MF6	Bonne usinabilité



Plan du chapitre



- 1. Introduction
- 2. Contraintes dans un arbre
- 3. Critère de résistance
- 4. Critère de fatigue
- 5. Vérification à la déformation
- 6. Calcul des fréquences propres
- 7. Montages
- **8. Résumé**



8. Résumé



8. Résumé

