UNIVERSITE LIBANAISE
FACULTE DE GENIE

DEPARTEMENT MECANIQUE

MECANIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

Rafic YOUNES

Chapitre 2 : CINEMATIQUE DES FLUIDES

Sommaire :

INTRODUCTION

- ***Cinématique des fluides :***
- ***La cinématique est la description du mouvement sans référence aux forces en jeu. En mécanique classique, associé à Galilée et Newton, nous traitons le mouvement des particules ponctuelles.***
- ***La cinématique du mouvement fluide est plus compliquée que celles des particules ponctuelles. Le fluide est considéré comme un continuum constitué d'un nombre infini de «particules fluides».***

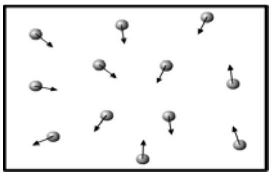
INTRODUCTION

- ***Quelques définitions :***
- **Régime permanent : Les grandeurs ne dépendent pas du temps ∂()/ ∂t=0.**
- **Écoulement 1D ou 2D : forme simplifiée d'un écoulement physique réel tridimensionnel.**
- **Écoulement interne et externe : Écoulement à l'intérieur d'un conduit ou autour d'un objet.**

DESCRIPTION DU MOUVEMENT

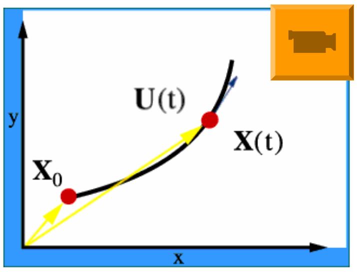
Représentation d'Euler:

Les quantités physiques telles que la pression ou la vitesse prennent une valeur numérique en chaque point de l'espace.



Représentation de Lagrange:

Elle consiste à suivre une particule donné au cours de son mouvement. La vitesse d'un élément fluide peut être définie comme en Mécanique du point classique.



DESCRIPTION DU MOUVEMENT

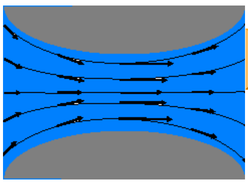
Représentation d'Euler:

$$\vec{V} = f_{euler}(\vec{M}, t)$$

$$\vec{OM} = \int_{t_0}^{t} \vec{V} \cdot dt = \int_{t_0}^{t} f_{euler}(\vec{M}, t) \cdot dt$$

$$\vec{\Gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{grad}(\vec{V})$$

Lignes de courant (LDC)



$$\vec{V} \wedge d\vec{r} = 0 \Longrightarrow \frac{dx_1}{V_1} = \frac{dx_2}{V_2} = \frac{dx_3}{V_3}$$

Représentation de Lagrange:

$$\vec{OM} = f_{lag}(\vec{M}_0, t, t_0)$$

$$\vec{V} = \frac{d(\vec{OM})}{dt} = f_V(\vec{M}_0, t, t_0)$$

$$\vec{\Gamma} = \frac{d^2(\vec{OM})}{dt^2} = f_\Gamma(\vec{M}_0, t, t_0)$$

Trajectoire

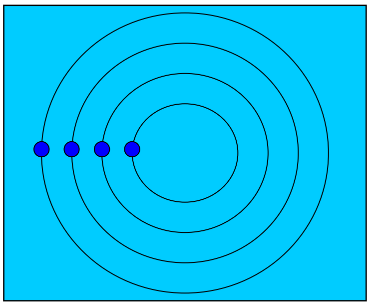
DESCRIPTION DU MOUVEMENT

Exemple :

$$V_x = -\varpi \cdot y$$
$$V_y = \varpi \cdot (x-1)$$

Trajectoire

$$x(t) = (x_0 - 1)\cdot\cos(\varpi\cdot t) + \frac{\dot{x}_0}{\varpi}\cdot\sin(\varpi\cdot t) + 1$$
$$y(t) = y_0\cdot\cos(\varpi\cdot t) + \frac{\dot{y}_0}{\varpi}\cdot\sin(\varpi\cdot t)$$



Lignes de courant (LDC)

$$-\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x-1}$$

Ψ(x,y)

$$(x-1)^2 + y^2 = (x_0 - 1)^2 + y_0^2$$

En régime permanent : Trajectoire ≡ LDC

Ψ(x,y) : Fonction de courant

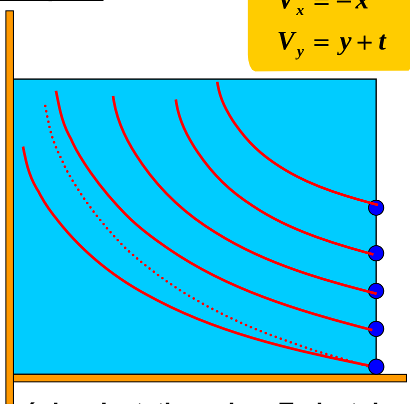
DESCRIPTION DU MOUVEMENT

Exemple :

$$V_x = -x$$
$$V_y = y + t$$

Trajectoire

$$x(t) = x_0\cdot e^{-(t-t_0)}$$
$$y(t) = (\dot{y}_0 + 1)\cdot e^{(t-t_0)} - t - 1$$



Lignes de courant (LDC)

$$-\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y+t}$$

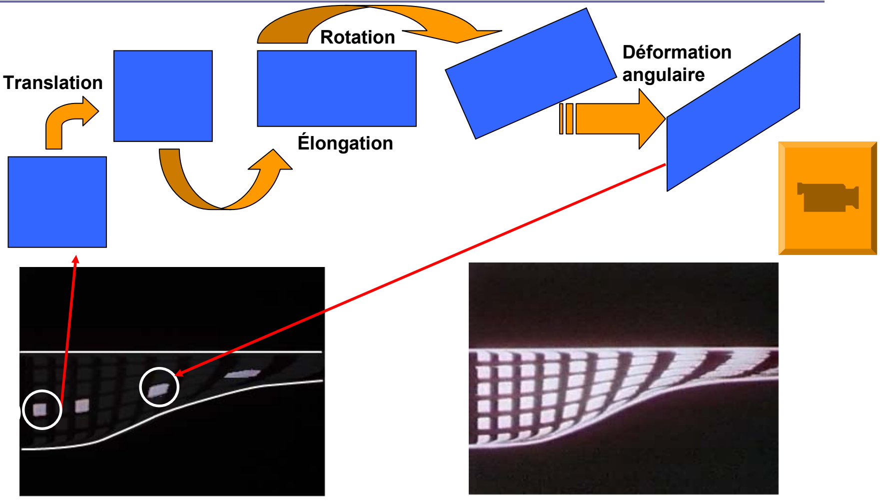
Ψ(x,y)

$$x\cdot(y+t) = x_0\cdot(y_0 + t_0)$$

En régime Instationnaire : Trajectoire ≠ LDC

Ψ(x,y) : Fonction de courant

REPARTITION DES VITESSES



REPARTITION DES VITESSES

Soit G(x,y,z,t) une grandeur scalaire :

$$dG = \frac{\partial G}{\partial t}\cdot dt + \frac{\partial G}{\partial x}\cdot dx + \frac{\partial G}{\partial y}\cdot dy + \frac{\partial G}{\partial z}\cdot dz$$

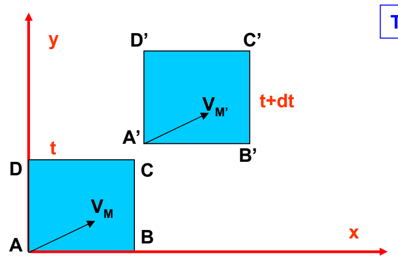
Or :

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{i} + V_y \cdot \vec{j} + V_z \cdot \vec{k}$$

$$d\vec{V} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial t} \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} \end{bmatrix} \cdot dt + \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_x}{\partial z} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

REPARTITION DES VITESSES

Translation



Les vitesses dans les points du particule fluide sont égaux.

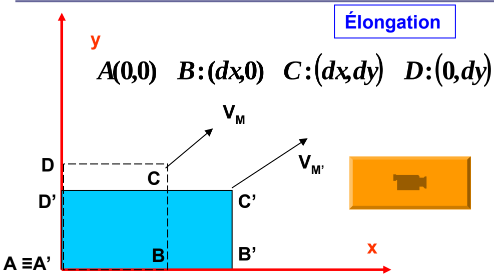
Ainsi, à l'instant «t» :
V(A) = V(B) = V(C) = V(D).

Et l'instant «t+dt» :
V(A') = V(B') = V(C') = V(D').

$$\vec{V}(t+dt)-\vec{V}(t)=d\vec{V}=\begin{bmatrix}\frac{\partial V_x}{\partial t}\\ \frac{\partial V_y}{\partial t}\\ \frac{\partial V_z}{\partial t}\end{bmatrix}\cdot dt \Rightarrow d\vec{V}=\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}\cdot dt$$

REPARTITION DES VITESSES

Élongation



Position à l'instant « t » : ABCD

Position à l'instant « t+dt » : A'B'C'D'

$$A':(0,0)$$

$$B':\left(dx+\frac{\partial V_x}{\partial x}dx\cdot dt, 0\right)$$

$$C':\left(dx+\frac{\partial V_x}{\partial x}dx\cdot dt, dy+\frac{\partial V_y}{\partial y}dy\cdot dt\right)$$

$$D':\left(0, dy+\frac{\partial V_y}{\partial y}dy\cdot dt\right)$$

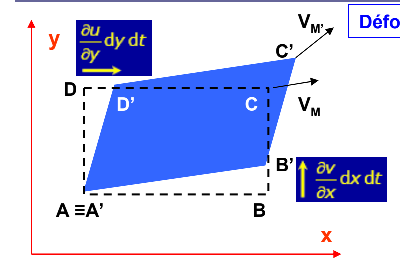
$$\begin{cases}\vec{V}(A)=\vec{V}(A')=(0,0)\\ \vec{V}(B)=[V_x(B),\ \ 0]\\ \vec{V}(C):[V_x(C),\ \ V_y(C)]\\ D:[0,\ \ V_y(D)]\end{cases}$$

$$\begin{cases}V_x(B)=V_x(X_A+dx)\\ \quad =V_x(A)+\frac{\partial V_x}{\partial x}\cdot dx\end{cases} \Rightarrow dV(B)=\frac{\partial V_x}{\partial x}\cdot dx$$

$$\Rightarrow d\vec{V}=\begin{bmatrix}\frac{\partial V_x}{\partial x} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\partial V_y}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial V_z}{\partial z}\end{bmatrix}d\vec{r}$$

REPARTITION DES VITESSES

Déformation angulaire



Positions à l'instant « t+dt » :

$$\begin{cases} A':(0,0) \\ B':\left(dx, \frac{\partial V_y}{\partial x}\cdot dx\cdot dt\right) \\ C':\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}\cdot dy\cdot dt, \frac{\partial V_y}{\partial x}\cdot dx\cdot dt\right) \\ D':\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}\cdot dy\cdot dt, dy\right) \end{cases}$$

$$\vec{V}(B) = V_x(B)\cdot\vec{i} + V_y(B)\cdot\vec{j}$$

$$= 0 + V_y\left(X_A + dx\right)$$

$$V_y(B) = V_y(A) + \frac{\partial V_y}{\partial x}\cdot dx$$

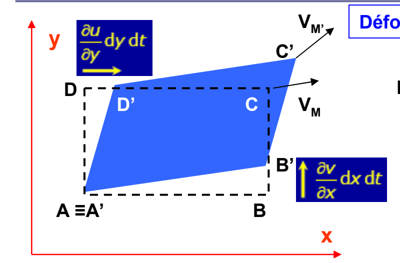
$$dV(B) = \frac{\partial V_y}{\partial x}\cdot dx$$

$$\tan(d\alpha) = \frac{BB'}{AB} = \frac{\partial V_y}{\partial x}dt \cong d\alpha$$

$$\tan(d\beta) = \frac{DD'}{AD} = \frac{\partial V_x}{\partial y}dt \cong d\beta$$

REPARTITION DES VITESSES

Déformation angulaire



Déformation angulaire pure : $\Rightarrow$ $d\alpha = d\beta$

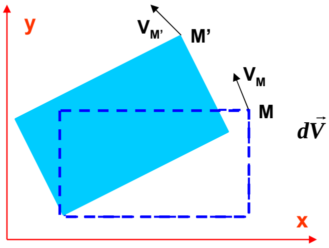
$$d\alpha = \frac{\partial V_y}{\partial x}dt = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\cdot dt$$

$$d\beta = \frac{\partial V_x}{\partial y}dt = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\cdot dt$$

$$d\vec{V} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) & 0 \end{bmatrix} d\vec{r}$$

REPARTITION DES VITESSES

Rotation



$$d\vec{V} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) & 0 \end{bmatrix} d\vec{r}$$

$$d\vec{V} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\cdot dy + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right)\cdot dz \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\cdot dx - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right)\cdot dz \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right)\cdot dx + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right)\cdot dy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right) \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{2}\overrightarrow{rot}(\vec{v})}_{\vec{\Omega}} \wedge d\vec{r}$$

REPARTITION DES VITESSES

Finalement

$$d\vec{V} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial t} \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} \end{bmatrix}\cdot dt + \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}\cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right) \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

Translation Déformation Rotation

$$d\vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}\cdot dt + \overline{\overline{D}}\cdot d\vec{r} + \frac{1}{2}\cdot \overrightarrow{rot(\vec{V})} \wedge d\vec{r}$$

EQUATION DE CONTINUITE

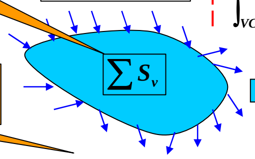
Théorème de transport de Reynolds :

$$\left.\frac{dG}{dt}(\vec{P},t)\right|_{sys} = \left.\frac{\partial G}{\partial t}(\vec{P},t)\right|_{VC} + \int_{SC} \rho \cdot \frac{\partial G}{\partial M} \cdot \vec{V} \cdot \vec{n}\, dA$$

Soit G $(\vec{P},t) = M(\vec{P},t)$ $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{dM}{dt} = \sum S_v}$

Sources volumiques

$$\boxed{\sum S_v = \int_{VC} d\tau \cdot \sum s_v}$$



Forme intégrale de l'équation de continuité

$$\boxed{\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t}(\vec{P},t)\, d\tau + \int_{SC} \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{n}\, dA = \int_{VC} d\tau \cdot \sum s_v}$$

Théorème d'Ostogradski :

$$\int_{SC} \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{n}\, dA = \int_{VC} div(\rho \cdot \vec{V}) \cdot d\tau$$

$$\Downarrow$$

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t}(\vec{P},t) \cdot d\tau + \int_{VC} div\left(\rho \cdot \vec{V}\right) \cdot d\tau = \int_{VC} d\tau \cdot \sum s_v$$

$$\Downarrow$$

$$\int_{VC} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t}(\vec{P},t) + div\left(\rho \cdot \vec{V}\right)\right] \cdot d\tau = \int_{VC} \left(\sum s_v\right) \cdot d\tau$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \cdot \vec{V}) = \sum s_v}$$

Forme différentielle de l'équation de continuité

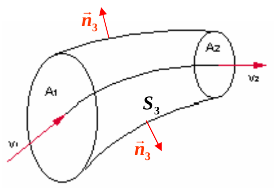
EQUATION DE CONTINUITE

Cas particuliers :

Régime permanent : $\Rightarrow$ $\boxed{div(\rho \cdot \vec{V}) = 0}$

Fluide incompressible : $\Rightarrow$ $\boxed{div(\vec{V}) = 0}$

Écoulement monodirectionnel : $\Rightarrow$ $\int_{SC} \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot dA = 0$



$$\int_{A_1} \rho \cdot \vec{V}_1 \cdot \vec{n}_1 \cdot dA + \int_{A_2} \rho \cdot \vec{V}_2 \cdot \vec{n}_2 \cdot dA + \underbrace{\int_{A_3} \rho \cdot \vec{V}_3 \cdot \vec{n}_3 \cdot dA}_{=0} = 0$$

$$\vec{V}_3 \perp \vec{n}_3$$

$$\rho_1 \cdot \vec{V}_1 \cdot \vec{n}_1 \cdot A_1 + \rho_2 \cdot \vec{V}_2 \cdot \vec{n}_2 \cdot A_2 = 0$$

$\boxed{\rho_1 \cdot V_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot V_2 \cdot A_2}$ **Fluide compressible :**

$\boxed{V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2}$ **Fluide incompressible :**

ECOULEMENT POTENTIEL

Pour cet écoulement, la vorticité est nulle en chaque point : $\Rightarrow$ $2\cdot\vec{\Omega}=\overrightarrow{rot}(\vec{V})=0$

On définit alors un potentiel scalaire Φ tel que :

$$\vec{V}=-\overrightarrow{grad}(\Phi)$$

Or le bilan de masse pour un fluide incompressible est :

$$div(\vec{V})=0$$

$$\boxed{div[grad(\Phi)]=\Delta(\Phi)=0}$$

Le signe «moins» permet d'orienter les lignes de courant des zones à valeurs élevées de Φ aux zones à faibles valeurs de Φ.

$$\vec{V}\cdot\vec{dl}=-grad(\Phi)\cdot\vec{dl}=-d\Phi$$

Sur les lignes équipotentiels $d\Phi=0$

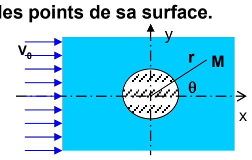
$$\Rightarrow\quad grad(\Phi)=0 \;\Rightarrow\; \vec{V}\cdot\vec{dl}=0 \;\Rightarrow\; \vec{V}\perp\vec{dl}$$

ECOULEMENT POTENTIEL

Soit un écoulement permanent irrotationnel d'un fluide incompressible autour d'un cylindre de rayon *R*. Les conditions aux limites à l'infini induit un champs de vitesse uniforme parallèle à l'axe des *x*. la vitesse particulaire est tangente au cylindre pour tous les points de sa surface.

le potentiel des vitesses vérifie l'équation différencielle dite de Laplace: $\boxed{\Delta(\Phi)=0}$

On cherche une solution sous la forme : $\boxed{\Phi=f(r)\cdot g(\theta)}$



$$\boxed{r^2\cdot f''(r)+r\cdot f'(r)-p^2\cdot f'(r)=0} \qquad \boxed{g''(\theta)+\varpi^2\cdot g(\theta)=0}$$

$$\boxed{\Phi(r,\theta)=\left(A\cdot r^p+\frac{B}{r^p}\right)\cdot(\alpha\cdot\cos p\theta+\beta\cdot\sin p\theta)}$$

Conditions aux limites :

$\boxed{v_r(r\to\infty,\theta=0)=V_0}$ $\boxed{v_r(r=R)=0}$

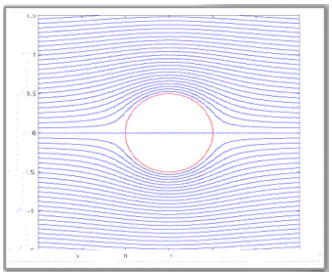
$\boxed{v_\theta(\theta=0)=v_\theta(\theta=\pi)=0}$

$$\boxed{\Phi(r,\theta)=-V_0\cdot\left(r+\frac{R^2}{r}\right)\cdot\cos\theta}$$

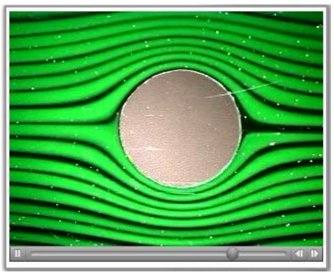
ECOULEMENT POTENTIEL

Lignes de courant : $\dfrac{dr}{V_r} = \dfrac{r \cdot d\theta}{V_\theta}$ avec : $\boxed{V_r = -\dfrac{\partial \Phi}{\partial r}}$ $\boxed{V_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Phi}{\partial \theta}}$

$$\Longrightarrow \boxed{\Psi(r,\theta) = -V_0 \cdot \left(r - \frac{R^2}{r} \right) \cdot \sin\theta}$$



Théorie



Expérience

ECOULEMENT ROTATIONNEL

LDC : Lignes de tourbillon

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2}\overrightarrow{rot(\vec{V})} = \Omega_x \cdot \vec{i} + \Omega_y \cdot \vec{j} + \Omega_z \cdot \vec{k} \Longrightarrow \boxed{\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z}}$$

Soit un tube tourbillon limité par les trois surfaces S_1, S_2 et S_3.

$$div[\overrightarrow{rot}(\vec{V})] = 0 \Longrightarrow \int_{VC} div[rot(\vec{V})] \cdot d\tau = 0 \Longrightarrow \int_S rot(\vec{V}) \cdot \vec{n} \cdot dS = 0$$

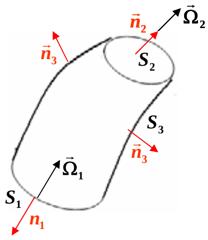
$$\int_{S_1} \vec{\Omega}_1 \cdot \vec{n}_1 \cdot dS + \int_{S_2} \vec{\Omega}_2 \cdot \vec{n}_2 \cdot dS + \int_{S_3} \cancel{\vec{\Omega}_3 \cdot \vec{n}_3}^{=0} \cdot dS = 0$$

$$\vec{V}_3 \perp \vec{n}_3$$

$$\int_{S_1} \vec{\Omega}_1 \cdot \vec{n}_1 \cdot dS + \int_{S_2} \vec{\Omega}_2 \cdot \vec{n}_2 \cdot dS = 0$$

Flux de tourbillon

$$\boxed{\Omega_1 \cdot S_1 = \Omega_2 \cdot S_2}$$



ECOULEMENT ROTATIONNEL

D'après le théorème d'Ampere-Stockes :

Γ : Circulation du tourbillon

$$\int_S rot(\vec{V})\cdot\vec{n}\cdot dS = \int_C \vec{V}\cdot\vec{n}\cdot ds \Rightarrow \int_S 2\cdot\vec{\Omega}\cdot\vec{n}\cdot dS = \int_C \vec{V}\cdot\vec{n}\cdot ds \Rightarrow \Gamma = 2\cdot\Omega\cdot S$$

Écoulement permanent incompressible : $\Rightarrow$ $div(\vec{V}) = 0$

Or : $div[\overrightarrow{rot}(\vec{A})] = 0$ est toujours vraie $\Rightarrow$ $\exists\ \vec{A} // \vec{V} = \overrightarrow{rot}(\vec{A})$

$$\begin{cases} V_x = \partial A_z/\partial y - \partial A_y/\partial z \\ V_y = \partial A_x/\partial z - \partial A_z/\partial x \\ V_z = \partial A_y/\partial x - \partial A_x/\partial y \end{cases}$$

Si l'on considère un écoulement dans le plan $\perp$ à Oz $\Rightarrow$ Vz=0 et $\frac{\partial}{\partial z} = 0$

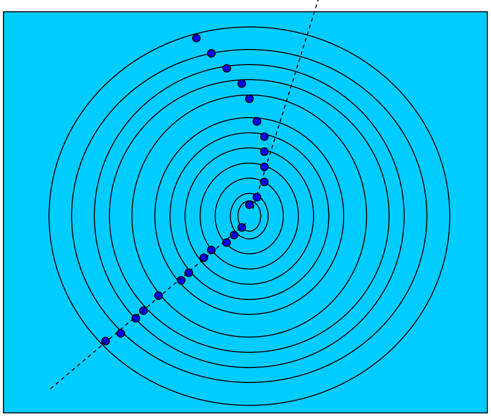
D'où : $V_x = \frac{\partial A_z}{\partial x}$ *et* $V_y = -\frac{\partial A_z}{\partial y}$ Or : LDC $\Rightarrow$ $\frac{\partial A_z}{\partial x}dx + \frac{\partial A_z}{\partial y}dy$

On peut alors poser : $A_z(x,y) = \Psi(x,y)$

En plus : $\overrightarrow{rot}(\vec{V}) = 2\cdot\vec{\Omega}$ $\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \\ -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \\ 0 \end{bmatrix} = 2\cdot\Omega$ $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta\Psi = 2\Omega}$

ECOULEMENT ROTATIONNEL

Étude expérimentale sur le Vortex :

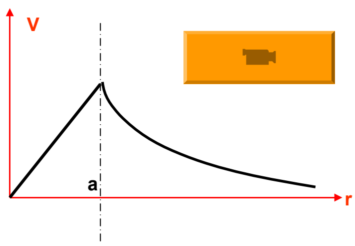


Zone 1 : r < a

$$\vec{V} = \varpi\cdot r\cdot\vec{e}_\theta$$

Zone 2 : r < a

$$\vec{V} = a^2\cdot\frac{\varpi}{r}\cdot\vec{e}_\theta$$

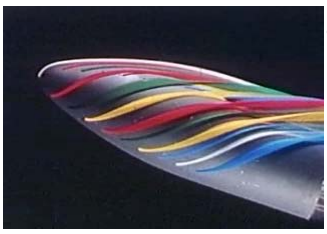


VISUALISATION DES ECOULEMENTS

On utilise de nombreuses méthodes :

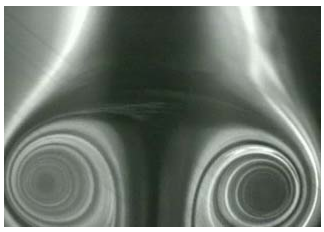
- Colorants très variés.
- Colorants fluorescents illuminés avec des lasers.
- Bulles d'hydrogènes produites en continu ou par impulsions.
- Divers types de fumées ou vapeur d'eau.
- Réflexion de la lumière sur des paillettes suspendues dans le fluide.
- Photographie en longue pose des trajectoires de particules.

VISUALISATION DES ECOULEMENTS

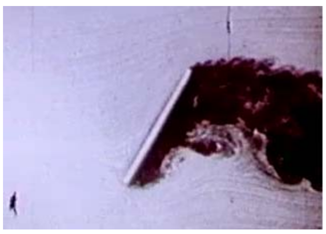


Colorants

Colorants fluorescents



Bulles d'hydrogènes



fumées