

## **CHAPITRE 03**

# *MODELISATION DU MOTEUR DIESEL*

1 - PRINCIPE DU MODELE PROPOSE

2 - MODELISATION DU TURBOCOMPRESSEUR

2.1 - Relations thermodynamiques

2.2 - Analyse dimensionnelle

2.3 - Modélisation du compresseur

2.3.1 - Limite de pompage du compresseur

2.4 - Modélisation de la turbine

2.4.1 - Modélisation de la géométrie variable

2.4.2 - Effet de l'écoulement pulsé sur la turbine

2.5 - Couplage statique turbine-compresseur

2.6 - Couplage transitoire turbine-compresseur

3 - MODELISATION DE L'ADMISSION ET L'ECHAPPEMENT

3.1 - Masse d'air admise dans le moteur

3.2 - Modélisation transitoire de l'admission

3.3 - Modélisation de l'échappement

4- MODELISATION DU CYCLE THERMODYNAMIQUE

4.1 - Formulation du frottement global

4.2 - Formulation du rendement indiqué

4.3 - Modèle du couple effectif

## 5 - MODELISATION DE L'INJECTION

5.1 - Modèles stationnaires de l'injection

5.2 - Modèle transitoire de l'injection

## 6 - MODELISATION DE LA POLLUTION

6.1 - Cinétique chimique

6.2 - Modèles des polluants

## CONCLUSION

Ce chapitre décrit l'élaboration d'un modèle simulant le fonctionnement du moteur Diesel en régime transitoire ainsi que ses émissions de polluants en vue de sa commande optimale. Au préalable, une étude détaillée du schéma fonctionnel du moteur est indispensable.

Vu sous l'angle du contrôle de processus, les variables de commande du moteur Diesel sont l'alimentation en air et en gazole. La commande du gazole est assurée par la pédale d'accélérateur reliée à la crémaillère de la pompe d'injection. La commande de l'alimentation en air est assurée habituellement, soit par la perte de charge provoquée dans la ligne d'admission par le régime moteur, soit par un compresseur entraîné par une turbine à gaz. Dans cette étude, un compresseur entraîné par une turbine à géométrie variable alimente le moteur en air. L'actionneur de la turbine est commandé par un calculateur via un moteur électrique.

Il est à noter que la commande de l'alimentation en air du moteur n'utilise que l'actionneur cité (pas de clapet de décharge, pas de dilution par recirculation des gaz d'échappement), et que l'alimentation du moteur en gazole se fait par une pompe d'injection classique dont les paramètres sont réglés en usine.

Le synoptique du système actionneurs + moteur est présenté sur la figure **3.1**. On y distingue les huit blocs :

- les entrées de commande et de perturbations (position du cran de combustible, couple résistant, géométrie variable), l'admission d'air, l'admission de gazole, le cycle thermodynamique (phénomènes "soupapes fermées" et couplages entre cycles), l'échappement (propagation des gaz brûlés jusqu'à la turbine), le compresseur, la turbine et le bloc pollution.

Les variables caractérisant les entrées sont : la position du cran de combustible  $X_{rack}$  [%], le couple résistant appliqué sur le moteur  $C_m$  [N.m] et la position de la géométrie variable de la turbine  $GV$  exprimée en % de la fermeture. Les variables des sorties des blocs précédents sont :  $\dot{m}_f$  [g/s] le débit de gazole injecté dans le moteur,  $\dot{m}_c$  [kg/s] le débit d'air fourni par le compresseur,  $\dot{m}_a$  [kg/s] le débit d'air admis dans le moteur,  $N$  [tr/mn] la vitesse de rotation du vilebrequin,  $N_{tc}$  [tr/mn] la vitesse de rotation du turbocompresseur,  $\dot{m}_e$  [kg/s] le débit des gaz à la sortie de la turbine ainsi que les émissions des polluants ( $HC$ ,  $CO$ ,  $CO_2$  et  $NO_x$ ).

Quelques variables intermédiaires sont indispensables pour exprimer ces sorties en fonction des entrées du moteur et dont le détail sera donné au cours de la modélisation dans ce chapitre. Citons à titre d'exemple le rendement indiqué du moteur  $\eta_i$ , le rapport de compression de l'air  $\pi_c$  dans le compresseur, le rapport de détente des gaz d'échappement  $\pi_t$  dans la turbine, la pression moyenne de frottement  $pmf$ , le facteur pulsé de la turbine  $K$ , la température des gaz d'échappement  $T_e$ , ...

## **1 - PRINCIPE DU MODELE PROPOSE :**

Afin de satisfaire les besoins de la commande future, le modèle doit répondre aux critères suivants :

- Possibilité de simuler précisément le comportement mécanique et aérothermochimique du moteur en régime stationnaire et transitoire , ainsi que les phénomènes liés aux limites de fonctionnement ( pompage du compresseur , zone d'instabilité du moteur, pulsation de la turbine,.....) ,
- Détail suffisant permettant de tenir compte de la variation des propriétés du fluide ainsi que du changement des conditions opératoires avec un nombre minimum de coefficients empiriques,
- Capacité à prévoir les évolutions transitoires des émissions des gaz , particulièrement, les fumées et les  $HC$  ,
- Temps de calcul lié à la vitesse de rotation du vilebrequin, n'excédant pas quelques tours moteur [75]. ( ~,-- 100 ms pour un Diesel industriel tournant à 2400 tr/mn et 50 ms pour un Diesel automobile tournant à 4500 tr/mn) .

Le formalisme de base du modèle proposé repose sur les modèles de connaissance en régime transitoire qu'on peut représenter, pour chacun des huit blocs précédents, par le système d'équations vectorielles :

$$I(x) \cdot dx/dt = \Psi_x(x(t), u(t), z(t), t, s) \quad (3.1a)$$

$$\zeta(x, u_0, s) = 0 \quad (3.1b)$$

$$\varphi(x, u_L, t) = 0 \quad (3.1c)$$

où  $\Psi$  est une expression vectorielle, implicite ou explicite, linéaire ou non linéaire, caractérisant le modèle,  $\zeta$  et  $\varphi$  sont des relations mathématiques exprimant les conditions initiales et aux limites dans lesquelles  $x$  : vecteur regroupant les variables d'état de nature mécanique  $x_m = (N, N_{tc}, \dots)$ , aérothermiques  $x_{at} = (\rho_w, T_e, p_s, \dots)$  et chimiques  $x_{ch} =$  (dans notre étude *HC, Opf*) ;  $u$  : vecteur des entrées du moteur (ici  $X_{rack}, C_m$ ) ;  $I$  : inertie ;  $t$  et  $s$  : temps et espace ;  $z$  : vecteur des perturbations aléatoires externes.

Le système d'équations précédent n'est pas intégrable directement. Il nécessite une intégration numérique pas à pas qui exige un temps de calcul, sur ordinateur type P.C., assez considérable, pouvant varier de quelques minutes à quelques heures [76]. La commande en régime transitoire du moteur n'est donc pas possible aujourd'hui avec cette manière de procéder, et des simplifications s'avèrent nécessaires afin d'aboutir à un modèle dont le temps de calcul soit suffisamment bref.

Six hypothèses simplificatrices ont été faites afin d'atteindre cet objectif à partir de l'analyse des échelles d'espace et de temps des phénomènes mis en jeu. Le temps de référence choisi correspond à la durée d'un cycle (ici en 4 temps : 720 degrés vilebrequin) :

1- L'espace "s" intervient dans des codes de calcul direct (code de valeurs finis Kiva, différences finies, ...) où l'on recherche l'évolution spatio-temporelle d'une grandeur (température, pression dans la chambre de combustion, ...) . Dans cette étude, on suppose une répartition uniforme des variables dans les huit blocs qui constituent le moteur, d'où :

$$(3.1a) + 1^{\text{ère}} \text{ hypothèse} \implies I(x) \cdot dx/dt = \Psi_x(x, u, z, t) \quad (3.2)$$

De plus, l'équation des conditions aux limites (1.3c) n'est plus nécessaire, les valeurs aux limites d'un bloc étant égales à la valeur supposée moyenne partout .

2- En régime stationnaire le terme "t" dans la relation (3.1a) est relatif au cycle périodique du moteur. La seconde hypothèse consiste à caractériser ce cycle par des valeurs moyennes (pression moyenne indiquée, vitesse moyenne du piston, ...) constantes. Celles-ci pouvant varier d'un cycle à l'autre, d'où :

$$(3.2) + 2\text{ème hypothèse} \implies I(x) \cdot dx/dt = \Psi_x(x, u, z) \quad (3.3)$$

3- Une forme algébrique mixte de connaissance et de corrélation est alors recherchée pour les fonctions " $\Psi$ ", dans le cas stationnaire. Le vecteur  $\theta$  des paramètres corrélatifs est identifié à partir d'essais expérimentaux :

$$\Psi(x, u) = \Psi_{corr}(x, u, z, \theta) = 0 \quad (3.4)$$

4- La quatrième hypothèse consiste à négliger l'inertie des phénomènes chimiques étudiés ( production des HC et des fumées ) devant celle des phénomènes mécaniques, d'où d'après l'équation (3.1a):

$$I_{ch} = 0 \implies I_{ch} \cdot d_{ch}x/dt = 0 \implies \Psi_x(x_{ch}, x, u, z, \theta) = 0 \quad (3.5)$$

5- L'hypothèse de quasi-stationnarité est utilisée pour les grandeurs aérothermiques à dynamique lente (  $T_m, p_e, \eta$  ) devant celle des phénomènes mécaniques.

$$dx_{at}/dt = 0 \implies I_{at} \cdot dx_{at}/dt = 0 \implies \Psi_x(x_{at}, x, u, z, \theta) = 0 \quad (3.6)$$

6- Une correction fonction du temps est ensuite appliquée aux équations (3.5) et (3.6) pour tenir compte du temps :

$$\Psi_{corr}(x, u, z, \theta, t) = 0 \quad (3.7)$$

Le système à résoudre s'écrit finalement :

$$I(x) \cdot dx/dt = \Psi_{corr}(x, u, z, \theta, t) \quad (3.8a)$$

$$\Psi_{ch, at}(x, u, z, \theta, t) = 0 \quad (3.8b)$$

$$\zeta(x, u_0) = 0 \quad (3.8c)$$

où (3.8a) régit les phénomènes à dynamique de référence, (3.8b) représente les phénomènes plus lents ou plus rapides.

## **2 - MODELISATION DU TURBOCOMPRESSEUR :**

Les modélisations courantes du fonctionnement des turbines et des compresseurs [3, 15] font appel à l'analyse dimensionnelle des turbomachines (théorie

de la similitude), dans laquelle on utilise souvent les hypothèses simplificatrices du gaz parfait à chaleurs massiques constantes en évolutions adiabatiques.

Si ces hypothèses sont acceptables dans le cas des machines de grande capacité à faible taux de compression ou de détente, elles introduisent des erreurs non négligeables lors de l'étude des petites machines à rapport de pression relativement élevé. Les turbocompresseurs de suralimentation Diesel de puissances moyennes entrent notamment dans ce cadre.

Le modèle proposé, tout en restant d'application simple et exploitable sur ordinateur, permet de mettre en évidence les imperfections du modèle élémentaire et de prévoir les caractéristiques du turbocompresseur dans les zones limites (saturation ou pompage) de son fonctionnement.

## 2.1 - Relations thermodynamiques :

L'énergie  $W$  échangée entre la roue d'une machine tournante et l'unité de masse de fluide qui la traverse peut être déduite du premier principe de la thermodynamique qui s'écrit [3] :

$$W + Q = \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p \quad (3.9)$$

où  $Q$  représente l'échange thermique massique du fluide avec le milieu extérieur.  $\Delta h$ ,  $\Delta e_c$  et  $\Delta e_p$  représentent respectivement la différence massique de l'enthalpie entre l'entrée et la sortie de la machine, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. La variation d'énergie potentielle étant négligeable l'équation (3.9) se réduit à :

$$W = \Delta (h + C^2 / 2) - Q = \Delta H - Q \quad (3.10)$$

où  $H$  est l'enthalpie totale du gaz.

Afin de caractériser la qualité de l'échange d'énergie entre le fluide et l'arbre de la machine au cours du processus réel, il est courant de comparer ce travail  $W$  au travail de la transformation de référence, adiabatique sans pertes visqueuses (isentropique) donnant le même rapport de pression entrée-sortie  $\pi$ . Ce rapport appelé rendement isentropique rend compte des irréversibilités qui ont lieu lors de la compression ou de la détente, il a pour expression en utilisant l'équation (3.10) :

$$\eta_{is} = \left( \frac{\Delta H_{is}}{\Delta H - Q} \right)^{\pm 1} \quad (3.11)$$

L'exposant est positif pour un compresseur (figure 3.2a), négatif pour une turbine (figure 3.2b).

## 2.2 - Analyse dimensionnelle :

L'analyse dimensionnelle permet, lorsqu'on étudie un phénomène physique, de diminuer le nombre de variables nécessaires à la description du phénomène observé, de définir les conditions à respecter pour que deux phénomènes soient semblables entre eux, de comparer des résultats provenant de sources différentes, de comparer les performances des machines de tailles différentes mais de géométries semblables.

Ces conditions font apparaître certains nombres sans dimensions appelés critères de similitude et représentant des aspects différents de types *géométriques* caractérisant les formes de la machine, *physiques* concernant les propriétés physiques des corps en présence et du fluide, *temporels* pour le suivi dans le temps de l'évolution du phénomène étudié.

Pour une machine tournant à la vitesse  $N_{tc}$  et un fluide de température totale  $T$  et de pression totale  $p$  à l'entrée de la machine, considérant l'hypothèse d'un écoulement turbulent adiabatique de gaz parfait de débit  $\dot{m}$ , les critères de similitude sont [25, 38] :

$$K_1 = \pi \quad (3.12)$$

$$K_2 = \eta_{is} \quad (3.13)$$

$$K_3 = \frac{N_{tc}}{\sqrt{T}} \quad (3.14)$$

$$K_4 = \frac{\dot{m} \cdot \sqrt{T}}{p} \quad (3.15)$$

où  $\pi$  est le rapport des pressions,  $\eta_{is}$  est le rendement isentropique. Ces coefficients de similitude s'appellent généralement paramètres réduits :

$K_3$  : vitesse réduite  $N_r$ , exprimée en  $\text{tr.mn}^{-1} \cdot \text{K}^{-1/2}$ ,

$K_4$  : débit réduit  $\dot{m}_r$ , exprimé en  $\text{K}^{-1/2} \cdot \text{m.s}$ .

Finalement, pour décrire le fonctionnement d'un turbocompresseur à partir des critères de similitude, nous utilisons les relations fonctionnelles suivantes [25, 35] :

$$\pi = f(N_r, \dot{m}_r) \quad (3.16)$$

$$\eta_{is} = h(N_r, \dot{m}_r) \quad (3.17)$$

### 2.3 - Modélisation du compresseur :

Pour le compresseur, nous pouvons considérer que l'énergie cinétique du fluide à la sortie de la machine est "utilisable". En effet, celle-ci peut se transformer en énergie de pression dans les cylindres du moteur [38]. La modélisation porte sur le rapport de pression  $\pi_c$  et le rendement isentropique  $\eta_c$  calculés de manière "totale à totale" et exprimés en fonction de la vitesse réduite  $N_{rc}$  et du débit réduit  $\dot{m}_{rc}$ .

L'hypothèse d'une compression adiabatique des gaz s'avère légitime dans le compresseur à cause des faibles gradients de températures [92], le terme  $Q$  s'annule dans l'équation (3.11). Le rendement isentropique du compresseur s'écrit alors :

$$\eta_c = \left( \frac{\Delta H_{is}}{\Delta H} \right) \quad (3.18)$$

L'élévation de la température due à la compression est toujours inférieure à 100°C, ce qui correspond à une variation de  $C_p$  et de  $\gamma$  respectivement de l'ordre de 1% et 0,5% pour une température d'entrée de 25°C [92]. Nous pouvons donc considérer les grandeurs  $C_p$  et  $\gamma$  constantes, ce qui permet de considérer le gaz comme parfait et idéal. Le rendement isentropique du compresseur devient :

$$\eta_c = \left( \frac{\Delta T_{is}}{\Delta T} \right) = \frac{T_1 \cdot \left( \pi_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{T_2 - T_1} \quad (3.19)$$

Plusieurs variantes des relations existent dans la littérature scientifique. Nous en avons essayé trois afin de déterminer celle qui permet de simuler au mieux les courbes caractéristiques dont la figure 3.3 fournit un exemple. Dans la suite, les  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  et  $d_i$  sont des constantes à identifier à partir de l'expérience.

- *modèle un* [71] :

$$\pi_c = (a_0 + a_1 \cdot N_{rc} + a_2 \cdot N_{rc}^2) \cdot (b_0 + b_1 \cdot \dot{m}_{rc} + b_2 \cdot \dot{m}_{rc}^2) \quad (3.20)$$

$$\eta_c = (c_0 + c_1 \cdot N_{rc} + c_2 \cdot N_{rc}^2) \cdot (d_0 + d_1 \cdot \dot{m}_{rc} + d_2 \cdot \dot{m}_{rc}^2) \quad (3.21)$$

- *modèle deux* [44] :

$$W_a = a_0 \cdot \dot{m}_{rc}^{a_1} \cdot N_{rc}^{a_2} \quad (3.22)$$

$$W_u = b_0 \cdot N_{rc} \cdot \dot{m}_{rc} + b_1 \cdot N_{rc}^2 \cdot \dot{m}_{rc} + b_2 \cdot N_{rc} \cdot \dot{m}_{rc}^2 + b_3 \cdot \dot{m}_{rc}^2 + b_4 \cdot N_{rc}^2 + b_5 \cdot N_{rc} \cdot \dot{m}_{rc}^3 \quad (3.23)$$

$$\pi_c = (1 + W_u)^{C_p/r} \eta_c = \frac{W_u}{W_a} \quad (3.24)$$

• *modèle trois* [82] :

$$\pi_c = (a_0 + a_1 \cdot \dot{m}_{rc} + a_2 \cdot \dot{m}_{rc}^2) \text{ avec } a_i = \frac{b_{1i} + b_{2i} \cdot N_{rc}}{b_{3i} - N_{rc}} \quad (3.25)$$

$$\eta_c = (c_0 + c_1 \cdot \dot{m}_{rc} + c_2 \cdot \dot{m}_{rc}^2) \text{ avec } c_i = \frac{d_{1i} + d_{2i} \cdot N_{rc}}{d_{3i} - N_{rc}} \quad (3.26)$$

• *modèle retenu* :

Le premier modèle est insuffisant pour expliquer le fonctionnement limite du compresseur, c'est-à-dire à haut rapport de compression et à basse vitesse. L'allure d'une isovitesse n'est pas exactement parabolique (figure 3.3) et le modèle proposé dévie un peu vers les rapports de pression élevés, cette allure est de moins en moins parabolique avec l'augmentation de la vitesse. La distance entre les courbes isovitesses semble être proportionnelle à la vitesse et ce modèle propose une similitude géométrique parabolique pour passer d'une courbe à l'autre, ce qui induit une divergence importante du modèle vers les basses vitesses où cette distance tend à prendre une valeur asymptotique limite. Une formulation exponentielle ou rationnelle semble être mieux adaptée pour exprimer cette évolution entre les courbes caractéristiques du compresseur.

Le deuxième modèle est un résultat semi-empirique de la modélisation du fonctionnement statique du compresseur, il reproduit parfaitement l'évolution d'une isovitesse même dans la zone de pompage, mais reste d'une utilité limitée vers les régimes de fonctionnement bas, ce qui est tout à fait l'inverse pour le troisième modèle. La vitesse du compresseur ne dépasse pas une certaine valeur et l'erreur pour des rapports de pression élevés reste raisonnable, alors que la deuxième erreur peut induire une divergence dans le modèle global du moteur au ralenti et à charges résistantes nulles, raison pour laquelle nous avons plutôt penché vers le troisième modèle. Cependant, pour essayer de diminuer la première erreur, nous avons introduit dans le modèle un terme en  $\dot{m}_{rc}^3$ , ce qui donne finalement :

$$\pi_c = (a_0 + a_1 \cdot \dot{m}_{rc} + a_2 \cdot \dot{m}_{rc}^2 + a_3 \cdot \dot{m}_{rc}^3) \text{ avec } a_i = \frac{b_{1i} + b_{2i} \cdot N_{rc}}{b_{3i} - N_{rc}} \quad (3.27)$$

$$\eta_c = (c_0 + c_1 \cdot \dot{m}_{rc} + c_2 \cdot \dot{m}_{rc}^2 + c_3 \cdot \dot{m}_{rc}^3) \text{ avec } c_i = \frac{d_{1i} + d_{2i} \cdot N_{rc}}{d_{3i} - N_{rc}} \quad (3.28)$$

Toute installation de compresseur peut devenir le siège d'instabilités de fonctionnement pouvant être dommageables pour le système. L'expérience montre que c'est aux faibles débits réduits, c'est-à-dire pour des vannages très fermés qu'apparaissent les instabilités aérodynamiques qui peuvent prendre diverses formes [65]

Les approches théoriques développées pour la ligne de pompage constituent une extension d'approches monodimensionnelles dont les plus anciennes remontent à une trentaine d'années. Il faut citer en particulier la théorie élémentaire exposée dans les cours classiques de turbomachines de Bidart [3] : elle considère le compresseur d'une manière globale, associé à un circuit récepteur constitué d'une vanne. Cette théorie détermine, à partir des pentes caractéristiques motrices et réceptrices, la limite de stabilité de l'ensemble en tenant compte des effets capacitifs mais en négligeant les phénomènes de propagation acoustique ou entropique [73].

Une approche plus fine a été développée par Cobart et Elder [63] en étudiant le phénomène étage par étage dans le cas d'un écoulement supposé uniforme et axial à la sortie de chaque étage; Les pertes et les éventuels échanges thermiques sont pris en compte.

Dans les deux cas la limite de stabilité est déterminée par une analyse du signe des parties réelles des valeurs propres du système différentiel associé à l'écoulement de fluide dans le compresseur.

Ces approches ne peuvent pas répondre aux besoins de la commande du moteur Diesel en temps de calcul réel, nous sommes contraints de chercher à modéliser la courbe de pompage du compresseur par les relations empiriques ou semi-empiriques existantes. Dans les relations suivantes,  $QL$  représente le débit limite du fonctionnement stable du compresseur.

- *modèle un* [99]:

$$QL = a \cdot \dot{m}_c^b \quad (3.29)$$

- *modèle deux* : Friberg et Col. [68] ont admis que le pompage se produit au maximum de pression sur une isovitesse, soit :

$$d\pi_c / dN_{tc} = 0 \Rightarrow f(QL, N_{tc}) = 0 \quad (3.30)$$

- *modèle trois* [44]:

$$QL = a_1 \cdot N + a_2 \cdot N_{tc}^2 + a_3 \cdot N_{tc}^3 + a_4 \cdot N_{tc}^4 \quad (3.31)$$

Nous avons donc adopté ce dernier modèle qui offre plus de précision que les deux autres. Le premier diverge peu vers les vitesses élevées, et le deuxième pousse à droite la courbe de pompage qui limite le domaine d'instabilité du compresseur réduisant ainsi son champ de fonctionnement stable.

## 2.4 - Modélisation de la turbine :

Pour la turbine, l'énergie cinétique résiduelle du fluide à la sortie de la roue n'est pas utilisable, de sorte que l'on calcule le taux de détente et le rendement de manière "totale à statique" [38]. La modélisation porte sur le débit réduit  $\dot{m}_{rt}$  et le rendement isentropique  $\eta_t$  exprimés en fonction de la vitesse réduite  $N_{rt}$  et le rapport de pression  $\pi_t$  :

Les volutes des turbines centripètes ont une face extérieure importante et le fluide les traversant est à la température maximale du circuit d'échappement. Aussi les échanges thermiques avec l'extérieur sont-ils élevés. La turbine ne peut pas être considérée comme adiabatique [32].

Si on ne tient pas compte de ces pertes, ce qui revient à faire l'hypothèse fréquemment utilisée que la transformation est adiabatique, le calcul du rendement  $\eta_{qt}$  correspondant s'obtient à partir de l'équation (3.11) par :

$$\eta_{qt} = \left( \frac{\Delta H}{\Delta H_{is}} \right) \quad (3.32)$$

En faisant l'approximation du gaz parfait idéal, l'erreur sur la variation d'enthalpie  $\Delta H$  et  $\Delta H_{is}$  peut être importante [92], mais elle est du même ordre de grandeur pour ces deux quantités. En effet, la différence  $\Delta H$  est relativement faible par rapport à la différence  $\Delta H_{is}$ . Ainsi l'erreur sur leur rapport est négligeable ce qui rend parfaitement acceptable l'approximation du gaz parfait idéal. On peut écrire :

$$\eta_{qt} = \left( \frac{\Delta H}{\Delta H_{is}} \right) \cong \left( \frac{\Delta T}{\Delta T_{is}} \right) \quad (3.33)$$

En reprenant les équations (3.11) et (3.33) donnant respectivement le rendement isentropique  $\eta_t$  et le rendement  $\eta_{qt}$  on tire la relation liant les deux rendements :

$$\eta_t = \eta_{qt} - \frac{Q}{\Delta H_{is}} \quad (3.34)$$

$$\eta_{gt} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 \cdot (1 - \pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})} \quad (3.35)$$

Plusieurs essais de modélisation des pertes thermiques dans la turbine ont été menés : Gayvalet [32] intègre un flux élémentaire global (conduction + convection + rayonnement) le long de la volute assimilée à un cône de longueur  $L$  et de diamètre  $D$ . Elmaleh [31] somme les pertes par rayonnement et celles par convection en considérant une température uniforme sur la volute de la turbine. Lallemand [92] remarque que les pertes thermiques dépendent de la vitesse du gaz et de la température dans la volute. Or, une augmentation du débit d'air entraîne une élévation de la puissance à fournir par la turbine au compresseur, ce qui amène un accroissement de la température à l'entrée de la turbine nécessaire à l'obtention de cette puissance. La température étant alors une fonction croissante du débit, on peut faire l'hypothèse de la proportionnalité des échanges de chaleur avec le débit massique. C'est cette formulation des pertes qui a été retenue pour notre modélisation, elle nous permet d'écrire :

$$\frac{Q}{\Delta H_{is}} = \frac{a}{T_3 \cdot (1 - \pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})} \quad (3.36)$$

La figure 3.4 représente une carte des caractéristiques de fonctionnement d'une turbine

Comme dans le cas du compresseur, plusieurs variantes de modèles ont été proposées pour les courbes caractéristiques de la turbine en suivant le même principe d'identification à partir des expériences menées sur la turbine. La difficulté principale dans cette manière de procéder, réside dans le fait que l'expérience ne peut pas s'étaler sur tout le champ de fonctionnement de la turbine par suite du pompage du compresseur et de la saturation du moteur alors que les relations proposées doivent prévoir le comportement de la turbine dans sa totalité. Dans ce qui suit, les coefficients  $a_i, b_i, c_i; d_i$  et  $k_{ij}$  sont des constantes à identifier à partir de l'expérience.

• *modèle un [44] :*

$$\dot{m}_r = (a_0 + a_1 \cdot N_r + a_2 \cdot N_r^2) \cdot (b_0 + b_1 \cdot \pi_t + b_2 \cdot \pi_t^2) \quad (3.37)$$

$$\eta_t = (c_0 + c_1 \cdot N_r + c_2 \cdot N_r^2) \cdot (d_0 + d_1 \cdot \pi_t + d_2 \cdot \pi_t^2) \quad (3.38)$$

• *modèle deux [82]:*

$$\left\{ \begin{array}{l} A_t = k_{t1} \cdot \pi_t + k_{t2} k_{ti} = k_{1,i} \cdot \frac{N_{rt}}{\sqrt{T_e}} + k_{2,i} \end{array} \right. \quad (3.39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{m}_{rt} = A_t \cdot \pi_t^{\frac{1}{\gamma_t}} \cdot \sqrt{1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}}} \end{array} \right. \quad (3.40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u}{C} = \frac{\pi \cdot N_{tc} \cdot r_t}{30} \cdot \left( 2 \cdot C_{pg} \cdot T_e \left( 1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (3.41)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_t = b_0 + b_1 \cdot \frac{u}{C} + b_2 \cdot \left( \frac{u}{C} \right)^2 \text{ avec } b_i = \frac{k_{1,i} + k_{2,i} \cdot N_{tc}}{k_{3,i} - N_{tc}} \end{array} \right. \quad (3.42)$$

• *modèle trois [30] :*

$$\left\{ \begin{array}{l} f1 = k_{11} + k_{12} \cdot N_{rt} + k_{13} \cdot N_{rt}^2 \\ f2 = k_{14} + k_{15} \cdot N_{rt} + k_{16} \cdot N_{rt}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{m}_{rt} = e^{f1} \cdot \left( 1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}} \right)^{f2} \quad (3.43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h1 = k_{21} + k_{22} \cdot N_{rt} \quad h2 = \frac{k_{23}}{N_{rt}} + k_{24} \quad h3 = k_{25} \quad h4 = k_{26} \\ \eta_t = h1 \cdot \frac{N_{rt}}{\left( 1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}} \right)^{\frac{1}{2}}} + h2 \cdot \frac{N_{rt}^2}{\left( 1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}} \right)} + h3 \cdot N_{rt} + h4 \cdot N_{rt}^2 \end{array} \right. \quad (3.44)$$

• *modèle retenu :*

Le premier modèle présente, comme dans le cas du compresseur, l'inconvénient de diverger, pour les courbes de débits et de rendements, aux rapports de détente élevés sur une isovitesse. Le deuxième et le troisième modèle représentent bien les courbes caractéristiques de la turbine. Cependant, le troisième revêt un caractère semi-empirique [30] et sa représentation est plus précise aux points de fonctionnement limites de la turbine, raison pour laquelle nous l'adoptons.

#### 2.4.1 - Modélisation de la géométrie variable :

On ne connaît pas dans la littérature scientifique de modélisation de la turbine à géométrie variable. Nous sommes ainsi amenées à développer notre propre modélisation. Le modèle proposé résulte de notre connaissance physique des phénomènes internes dans la turbine et de notre intuition sur la forme des relations mathématiques entre les variables.

L'ouverture ou la fermeture de la section de passage des gaz d'échappement fait varier l'angle d'attaque des gaz pour les ailettes ainsi que leur vitesse à l'entrée de la turbine, deux paramètres qui ne figurent pas dans les rapports de similitude des turbomachines (relations de 3.12 à 3.15). Ce raisonnement nous laisse penser que les caractéristiques de la turbine ne changent pas, mais que la géométrie variable déplace le point de fonctionnement d'une courbe à une autre dans le champ de son fonctionnement global.

Considérons un point "M" de fonctionnement de la turbine (figure 3.5). L'étranglement de la section de passage des gaz fait diminuer la pression à l'entrée de la turbine, donc le rapport de pression  $p_3/p_4$ , et augmenter la vitesse des gaz, donc la vitesse de la roue par la suite. Le point de fonctionnement "M" se trouve déplacé vers le point M1 sur le prolongement de la courbe correspondant à la nouvelle vitesse de rotation. L'ouverture de la section de passage des gaz déplace le point "M" vers la position M2. Le raisonnement est analogue pour le rendement de la turbine.

La turbine fonctionne, pour une vitesse de rotation constante, entre une valeur minimale et une valeur maximale du débit des gaz. Pour retrouver la même vitesse de rotation, après ouverture de la section de passage des gaz, il faut avoir des débits (minimum et maximum) plus petits pour des pressions plus grandes à l'entrée de la roue. La courbe correspondant à la même vitesse de rotation se trouve ainsi déplacée en bas et à droite (figure 3.6). L'étranglement de la section des gaz présente un effet inverse. Le raisonnement est également similaire pour le rendement.

Pour une courbe caractéristique à régime constant de la turbine, avec la variation de la géométrie variable  $GV$  se traduit par une translation diagonale. C'est-à-dire par des fonctions de  $GV$  multipliées ou additionnées à  $f1$  et  $f2$  de l'équation (3.43) pour le débit et à  $h1$ ,  $h2$ ,  $h3$ , et  $h4$  de l'équation (3.44) pour le rendement. Après plusieurs essais d'identification des fonctions sur calculateur, nous adoptons pour la turbine à géométrie variable le modèle suivant :

• *Débit :*

$$\left\{ \begin{array}{l} f1 = c_{11} + c_{12} \cdot N_r + c_{13} \cdot N_r^2 + c_{14} \cdot GV + c_{15} \cdot GV^2 \\ f2 = c_{16} + c_{17} \cdot N_r + c_{18} \cdot N_r^2 + c_{19} \cdot GV + c_{10} \cdot GV^2 \end{array} \right\} \quad (3.45)$$

$$\dot{m}_r = e^{f1} \cdot \left( 1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}} \right)^{f2}$$

• *Rendement :*

$$\left\{ \begin{array}{l} h1 = c_{21} + c_{22} \cdot N_{rt} + c_{23} \cdot GV^2 \quad h2 = \frac{c_{24}}{N_{rt}} + c_{25} + c_{26} \cdot GV \quad h3 = c_{27} + c_{28} \cdot GV \quad h4 = c_{29} \\ \eta_t = h1 \cdot \frac{N_{rt}}{\left(1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}}\right)^{\frac{1}{2}}} + h2 \cdot \frac{N_{rt}^2}{\left(1 - \pi_t^{\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t}}\right)} + h3 \cdot N_{rt} + h4 \cdot N_{rt}^2 \end{array} \right. \quad (3.46)$$

#### 2.4.2 - Effet de l'écoulement pulsé sur la turbine :

Les caractéristiques d'une turbine radiale de turbocompresseur établies sur un banc stationnaire diffèrent souvent de celles relevées sur un banc moteur. Cette erreur est due à l'écoulement pulsé en amont de la turbine suite à la multiplicité des cylindres qui engendre des pulsations sur le débit des gaz à l'entrée de la turbine. Des travaux théoriques ont été effectués afin de quantifier l'effet de l'écoulement pulsé sur la turbine :

Wallace et Gave [129] ont introduit une "pression moyenne arithmétique" définie par :

$$p_{ma} = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_0^{4\pi} p_e(\theta) d\theta \quad (3.47)$$

où  $p_e$  est la pression à l'entrée de la turbine. Cette méthode implique pour nous une mesure supplémentaire nécessitant un instrument dont le temps de réponse est suffisamment réduit afin de pouvoir suivre l'évolution de la pression d'échappement en fonction du degré vilebrequin.

Witthehouse et Col. [128] ont introduit l'idée d'un "rendement apparent" défini par :

$$\eta_p = \eta_{st} \cdot (a \cdot \dot{m}_t + b) \quad (3.48)$$

où  $a$  et  $b$  sont déterminés à partir de deux relevés expérimentaux en fonctionnement stabilisé,  $\eta_p$  et  $\eta_{st}$  sont respectivement le rendement apparent mesuré sur banc-moteur et le rendement de la turbine en fonctionnement stabilisé. Le facteur pulsé ( $\eta_p/\eta_{st}$ ) évalué était une courbe linéaire très simple pour une turbine axiale. Cependant, des difficultés particulières apparaissent lors de l'application à une turbine radiale [39, 133].

Zhu [46] définit, à partir des paramètres instantanés de l'écoulement pulsé, un "écoulement stationnaire équivalent" ayant même énergie, même quantité de

mouvement et même entropie. Il en déduit un coefficient  $\beta$  de rapport de pression ( $\pi_p/\pi_{st}$ ) et un coefficient  $\alpha$  de rendement ( $\eta_p/\eta_{st}$ ). Ces coefficients sont exprimés par la suite en fonction de la fréquence du signal de pression et de son facteur de forme. Pour caractériser ce dernier, plusieurs définitions ont été données dans la bibliographie [37, 43] mais qui souffrent d'une contradiction majeure : si le facteur de forme proposé est représentatif du signal, il n'est pas facilement accessible à la mesure et inversement, s'il est mesurable il devient peu représentatif du signal.

Vu l'insuffisance des approches théoriques, nous avons adopté une idée simple proposée par Schamsi [113, 114]. Elle consiste à utiliser un "taux de détente moyenne effective" définie par la détente dans une turbine fonctionnant en régime pulsé et qui fournit, tout en conservant les mêmes caractéristiques de fonctionnement stationnaire de la turbine : débit et nature de gaz, le même travail effectif que si elle fonctionnait en régime stabilisé. Ceci revient à écrire :

$$K = \frac{\pi_p}{\pi_{st}} \quad (3.49)$$

## 2.5 - Couplage statique turbine-compresseur :

- Le compresseur et la turbine sont liés mécaniquement :

$$N_c = N_t = N_{tc} \quad (3.50)$$

- Les débits traversants le compresseur et la turbine sont liés par l'équation de continuité :

$$\dot{m}_t = \dot{m}_c \cdot (1 + \varepsilon) \quad \text{avec } \varepsilon = \dot{m}_f / \dot{m}_c \quad (3.51)$$

- La puissance la turbine est fournie au compresseur aux pertes mécaniques près :

$$P_t = \eta_m P_c \quad (3.52)$$

Or

$$P_c = \dot{m}_c \cdot C_p \cdot T_0 \cdot \left( \pi_c^{\frac{\gamma_c-1}{\gamma_c}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \quad (3.53)$$

$$P_t = \dot{m}_t \cdot C_g \cdot T_e \cdot \left( 1 - \frac{1}{K} \cdot \pi_t^{\frac{1-\gamma_t}{\gamma_t}} \right) \cdot \eta_t \quad (3.54)$$

où  $K$  est le facteur pulsé, d'où :

$$\dot{m}_c \cdot C_p \cdot T_0 \cdot \left( \pi_c^{\frac{\gamma_c-1}{\gamma_c}} - 1 \right) = \dot{m}_c \cdot (1 + \varepsilon) \cdot C_g \cdot T_e \cdot \left( 1 - \frac{1}{K} \cdot \pi_t^{\frac{1-\gamma_t}{\gamma_t}} \right) \cdot \eta_t \cdot \eta_c \cdot \eta_m \quad (3.55)$$

Cette égalité permet, tenant compte des formules (3.27, 3.28, 3.45 et 3.46), de trouver une relation de la forme :

$$\pi_c = f(\pi_t, GV) \quad (3.56)$$

et en supposant que les pressions  $p_1$  et  $p_4$  sont connues (proche de la pression atmosphérique) :

$$p_c = f(p_t, GV) \quad (3.57)$$

### 5.6 - Couplage transitoire turbine-compresseur :

- La loi fondamentale de la dynamique appliquée aux parties tournantes du turbocompresseur donne :

$$\frac{\pi^2}{900} \cdot I_{tc} \cdot N_{tc} \cdot \frac{dN_{tc}}{dt} = P_t - P_c - Pertes \quad (3.58)$$

Les pertes sont exprimées par une fonction linéaire de la vitesse de rotation du turbocompresseur et de la température moyenne du lubrifiant [137] :

$$Pertes = a \cdot N_{tc} + b \cdot \bar{T}_{huile} + c \quad (3.59)$$

- Le débit instantané des gaz traversant la turbine n'est égal à celui traversant le compresseur qu'après un certain temps de retard. Celui-ci est supposé égal au temps de résidence des gaz à l'intérieur du cylindre à soupapes fermées [72], soit (360 - RFA - AOE) degrés vilebrequin. Ainsi :

$$\dot{m}_t(t) = \dot{m}_c(t + \tau) \quad avec \quad \tau = \frac{360 - RFA - AOE}{60 \cdot N} \quad (3.60)$$

## 3 - MODELISATION DE L'ADMISSION ET DE L'ECHAPPEMENT :

Il s'agit de déterminer la masse d'air introduite dans le moteur pour chaque admission ainsi que celle traversant la turbine. La ligne d'air comprend le collecteur d'admission et ses prolongements dans la culasse, qui distribue l'air aux cylindres et

lisse les oscillations de la pression, et les soupapes d'admission qui synchronisent l'entrée du mélange frais dans les cylindres. Les besoins du modèle pour l'échappement se limitent à la température à l'entrée de la turbine.

La cause du mouvement d'air dans les tubulures est le pompage provoqué par la descente du piston dans le cylindre en phase d'admission. Ce mouvement induit des phénomènes acoustiques (ondes de pression) (figure 3.7) bien connus des motoristes qui accordent les tubulures pour obtenir des résonances améliorant le remplissage des moteurs à certains régimes [86, 109].

### 3.1 - Masse d'air admise dans le moteur :

En désignant par  $\theta_1$  l'angle d'Avance à l'Ouverture d'Admission (AOA) et par  $\theta_2$  l'angle de Retard à la Fermeture d'Admission (RFA), la masse d'air  $m_a$  admise dans le cylindre s'écrit [20] :

$$m_a = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dm(\theta) \quad (3.61)$$

avec  $dm(\theta) = q_A(\theta) \cdot dt = q_A(\theta) \cdot \frac{d\theta}{\omega}$ ,  $\omega$  est la vitesse angulaire et  $q_A$  est le débit instantané d'écoulement à travers les soupapes d'admission déduit de la loi de Saint-Venant décrivant le débit d'un fluide compressible à travers un orifice. La pression amont est assimilée à la pression de suralimentation  $p_s$ , la pression aval à la pression dans la chambre  $p(\theta)$  :

$$q_A = S(\theta) \cdot \frac{p_s}{r \cdot T_s} \cdot f\left(\frac{p(\theta)}{p_s}\right) \quad (3.62)$$

où :  $S(\theta)$  est la section efficace de passage à travers les soupapes,  $T_s$  est le température de suralimentation et  $f$  une fonction non linéaire du rapport des pressions amont/aval :

$$f(x) = \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1-x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (3.63)$$

L'intégration de l'équation (3.61) doit se faire numériquement à partir de l'évolution  $p(\theta)$  à chaque degré vilebrequin. Or, selon la première hypothèse donnée par (3.2) dans le principe de la modélisation, l'échelle de temps est un cycle moteur de 720 degrés. Ainsi, dans le souci de simplicité, nous proposons de passer par la notion du rendement volumétrique afin de calculer la quantité d'air qui pénètre dans le moteur.

Le rendement volumétrique est défini par le rapport de la masse réellement admise  $m_a$  sur la masse théorique  $m_{th}$  d'air qui pourrait être admise dans le cylindre dans les conditions de  $p_s$  et  $T_s$  :

$$\eta_v = \frac{m_a}{m_{th}} \quad (3.64)$$

avec 
$$m_{th} = Cy \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \cdot \frac{p_s}{R \cdot T_s} \quad (3.65)$$

Les causes de l'imperfection du remplissage sont au nombre de cinq [22] :

- pertes de charge à l'admission : Ces pertes se traduisent généralement par un facteur multiplicatif  $\eta_a$  tel que [22] :

$$\eta_a = 1 - \xi(\text{Re}) \cdot \rho \cdot \frac{l}{D} \quad (3.66)$$

$l$  est la longueur de la conduite d'air et  $D$  son diamètre. Or, du fait de la faible variation du nombre de Reynolds ( $Re$ ), le facteur  $\eta_a$  est pratiquement constant.

- pertes de charge à l'échappement (contre-pression) : Elles induisent une recirculation interne des gaz d'échappement qui diminue la masse de mélange frais admise. Différentes formes sont proposées pour l'influence de ce phénomène, par l'intermédiaire d'un facteur toujours multiplicatif [29, 140]:

$$\eta_p = a - b \cdot \frac{p_e}{p_s} \quad (3.67)$$

$$\eta_p = a + b \cdot \frac{p_s - p_e}{\sqrt{T_s}} \quad (3.68)$$

- pertes liés à la distribution  $\eta_d$  : Elles sont causées par les avances et retards à la fermeture et à l'ouverture des soupapes, ainsi qu'aux croisements qui en résultent et qui se sont révélés indispensables au bon fonctionnement du moteur.

- échauffement au cours de pénétration  $\eta_e$  : Ces pertes contribuent à augmenter la température de suralimentation et à réduire par la suite la masse d'air frais admise dans le moteur.

- phénomènes acoustiques mal dominés : La courbe de remplissage d'un moteur à vitesse essentiellement variable a généralement une forme assez tourmentée et se caractérise le plus souvent par une modulation apparemment aléatoire, mais bien

déterminée en fonction du régime moteur [84, 140] (figure 3.8). Une description abrégée peut se résumer [82] par un facteur multiplicatif  $\eta_N$  :

$$\eta_N = a + b \cdot N + c \cdot N^2. \quad (3.69)$$

Plus généralement, ces dépendances de la masse admise sont traduites par une fonction de plusieurs variables [29, 82, 89, 140] obtenue par régression polynomiale. Nous retiendrons une formulation de ce type qui permet de décrire à la fois la dépendance quasi-linéaire à la pression de suralimentation, et les non linéarités diverses dépendant du point de fonctionnement :

$$\eta_v = \eta_a \cdot \eta_p \cdot \eta_d \cdot \eta_e \cdot \eta_N = \eta_{vN} \cdot \eta_p \quad (3.70)$$

La régression polynomiale retenue pour  $\eta_{vN}$  est de la forme suivante :

$$\eta_{vN} = (a_1 + a_2 \cdot X_{rack}) + (b_1 + b_2 \cdot X_{rack}) \cdot N + (c_1 + c_2 \cdot X_{rack}) \cdot N^2 \quad (3.71)$$

### 3.2 - Modélisation de l'admission en régime transitoire :

On admet que l'écoulement des gaz dans la conduite d'admission est monodimensionnel et que la géométrie de la section est constante le long de la conduite reliant le compresseur au moteur. Le problème revient à déterminer les quatre fonctions inconnues ( $\rho(t)$ ,  $\vec{v}(t)$ ,  $p(t)$ ,  $T(t)$ ), qui sont respectivement la masse volumique, la vitesse, la pression et la température dans la conduite d'admission, à tout instant. Ces fonctions sont solution du système d'équations de la dynamique des gaz :

- Equation d'état :  $p = \rho \cdot r \cdot T \quad (3.72)$

- Equation de continuité :  $\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \text{div} \vec{v} = 0 \quad (3.73)$

En prenant un volume élémentaire  $dV = S \cdot dx$ , et en intégrant le long de la conduite d'admission supposée de longueur  $l$ , on peut écrire :

$$\int_l \frac{d\rho}{dt} \cdot S \cdot dx + \int_l \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \cdot S \cdot dx = 0 \quad (3.74)$$

Avec la première hypothèse de simplification (équation 3.2) qui postule une répartition uniforme dans un seul bloc, la première intégrale de l'expression (3.74) s'écrit :

$$\int_l \frac{d\rho}{dt} \cdot S \cdot dx = \frac{d\rho}{dt} \int_l S \cdot dx = V_a \cdot \frac{d\rho}{dt} \quad (3.75)$$

où  $V_a$  est le volume totale de la conduite d'admission. La deuxième intégrale s'exprime par :

$$\int_l \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \cdot S \cdot dx = \int_l \frac{\partial(\rho v S)}{\partial x} \cdot dx = \sum \dot{m} \quad (3.76)$$

Les débits présents, à un instant donné, dans le volume d'admission sont celui soufflé par le compresseur  $\dot{m}_c$  et celui aspiré par le moteur  $\dot{m}_a$ , d'où l'équation différentielle finale traduisant la continuité :

$$V_a \cdot \frac{d\rho}{dt} = \dot{m}_c - \dot{m}_a \quad (3.77)$$

• Equation d'énergie : 
$$\rho \cdot C_v \cdot \frac{dT}{dt} = -p \cdot \text{div} \bar{u} + \frac{\Phi}{S} + \frac{\Psi}{S} \quad (3.78)$$

avec  $C_v$  est la chaleur spécifique du gaz à volume constant,  $\Phi$  est le flux de chaleur échangé par convection aux parois et  $\Psi$  le flux de chaleur échangé par conduction aux parois.

Comme dans le cas du compresseur, les échanges thermiques, vu les écarts de températures, sont négligeables [92]. Ainsi, en substituant à  $\text{div} \bar{u}$  sa valeur tirée de l'équation de continuité, on peut écrire :

$$\rho \cdot C_v \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{p}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} \quad (3.79)$$

En utilisant l'équation d'état (3.72), il vient :

$$\frac{dT}{T} = \frac{R}{C_v} \cdot \frac{d\rho}{\rho} \quad (3.80)$$

dont l'intégration nous conduit à :

$$\frac{T}{\rho^{\frac{R}{C_v}}} = \text{cte} \quad (3.81)$$

qui n'est que l'équation de transformation isentropique. On démontre par ce simple raisonnement qu'en l'absence d'irrégularités, l'écoulement physique peut être considéré comme un écoulement isentropique et l'équation de conservation de l'énergie peut être remplacé par l'équation isentropique.

### 3.3 - Modélisation de l'échappement :

Les hypothèses relatives à l'écoulement des gaz dans la conduite d'échappements sont les mêmes que celles prises pour l'admission (§ 3.2). On démontre alors de la même façon que l'équation de continuité s'écrit :

$$V_t \cdot \frac{d\rho_e}{dt} = \dot{m}_a - \dot{m}_t \quad (3.82)$$

où  $V_t$  est le volume de la conduite liant la sortie du moteur à l'entrée de la turbine,  $\dot{m}_t$  est le débit traversant la turbine. Par contre, on ne peut plus ici négliger dans l'équation d'énergie les échanges de chaleur par les parois de la conduite, ce qui peut compliquer l'intégration de cette équation. Nous avons choisi l'équation donnant la température  $T_e$  à l'entrée de la turbine fournie par [114, 116] :

$$T_e = T_0 + \Delta T_c + \Delta T_h + \Delta T_m \quad (3.83)$$

$\Delta T_c$ ,  $\Delta T_h$  et  $\Delta T_m$  sont les accroissements de la température dus respectivement au compresseur, à l'échangeur et au moteur. L'accroissement  $\Delta T_h$  est obtenu en introduisant le rendement de l'échangeur :

$$\Delta T_h = T_c - T_h = \eta_h(T_c - T_0) \quad (3.84)$$

Pour une compression polytropique, l'accroissement  $\Delta T_c$  est donné par :

$$\Delta T_c = \eta_c \cdot T_0 \cdot \mathbf{Erreur !} \quad (3.85)$$

La plage de variation de **Erreur !** étant de 1 à 2,8 pour le moteur étudié, la courbe  $\Delta T_c = f(\mathbf{Erreur !})$  peut être approchée, dans cet intervalle, par une droite :

$$\Delta T_c = e + f \cdot \mathbf{Erreur !} \quad (3.86)$$

dont les paramètres ' $e$ ' et ' $f$ ' seront déduits à partir des mesures expérimentales (figure 3.9). L'accroissement  $\Delta T_m$  dû à la combustion est une fonction du rapport Air/Fuel et du régime de rotation du moteur  $N$ . [114, 116] :

$$\Delta T_m = \frac{\alpha_3 \cdot (1 - \eta_i) \cdot Pci}{1 + \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f}} - \left( \frac{\alpha_2}{N} + \alpha_1 \right) \quad (3.87)$$

En régime transitoire, l'évolution de la température d'échappement n'est pas évidemment quasi-statique, les pertes thermiques sont plus importantes et un facteur correctif faisant intervenir le temps semble être indispensable. Shamsi [114] propose pour ce facteur la relation :

$$\varepsilon_T = \frac{T_f - T_i}{1 + \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f}} \cdot e^{-\alpha t} \quad (3.88)$$

où  $T_i$  et  $T_f$  sont respectivement les températures initiales et finales de l'évolution transitoire.

#### **4- MODELISATION DU CYCLE THERMODYNAMIQUE :**

Les évolutions thermodynamiques réelles ne sont ni réversibles, ni isochore, isobare ou isentropique. La combustion n'est pas instantanée et les gaz ne sont pas parfaits. Les pertes de charges dans les canalisations d'admission sont importantes ainsi que les pertes calorifiques à travers les parois du moteur. Pour intégrer ces écarts par rapport aux hypothèses du cycle théorique on définit le rendement indiqué par le rapport du travail théorique des forces de pression  $p_g$  sur la quantité de chaleur dégagée par la combustion complète de la masse de gazole injectée  $m_f$  dans le cylindre [23] :

$$\eta_i = \frac{\oint p_g \cdot dV}{Pci \cdot m_f} \quad (3.89)$$

Le paramètre qui caractérise les pertes par frottement est la pression moyenne de frottement :  $pmf$ , rapport entre le travail de frottement  $W_f$  et la cylindrée du moteur  $Cy$ . Le nombre de paramètres qui intervient dans la détermination des pertes étant trop élevé et imprécis, l'influence de ces paramètres étant mal connus, l'évaluation de la pression moyenne de frottement est encore purement expérimentale. Parmi ces paramètres on peut citer : la viscosité de l'huile, la pression du cylindre, les frottements piston / segments, le rapport entre la course et le diamètre du cylindre, la taille du moteur, etc...

En tenant compte de ces puissances développées sur le vilebrequin, la loi fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\frac{\pi^2}{900} I \cdot N \cdot \frac{dN}{dt} = \eta_i \cdot \dot{m}_f \cdot Pci - pmf \cdot Cy \cdot \frac{N}{120} - C_m \cdot N \cdot \frac{\pi}{30} \quad (3.90)$$

Il s'agit alors de modéliser les trois paramètres essentiels de cette équation :  $pmf$ ,  $\eta_i$ , et  $C_m$ .

##### **4.1 - Modèle du frottement global :**

Les pertes par frottement se dissipent en chaleur dans le moteur au niveau de la ligne d'arbre, les organes de transmission du mouvement, la pompe à huile, la pompe à eau, le ventilateur ainsi que dans les coussinets de bielle, le frottement piston / cylindre et segments / cylindre. Vu la complexité pour traiter chaque élément à part, nous avons préféré les formules d'évaluation globale de ces pertes. Toutes ces formulations sont fondées sur des corrélations empiriques à partir de résultats expérimentaux avec comme variables : la pression des gaz de combustion, la vitesse de vilebrequin et / ou du piston, le rapport volumétrique de compression, les dimensions du piston et des segments, les caractéristiques du lubrifiant, etc. ... Le tableau 3.1 se limite aux formules proposées pour le moteur Diesel.

Dans ces formules, le terme constant reflète le frottement dans les accessoires, celui en  $N$  présente le frottement dans le cylindre tandis que le terme en  $p_{max}$  reflète le frottement sur le vilebrequin [94]. Ces formules de  $pmf$  introduisent trois variables moteur : le régime de rotation  $N$ , la vitesse de piston  $V_p$  qui peut être exprimée en fonction du régime de rotation ( $V_p = Course \cdot \frac{N}{30}$ ) et la pression maximale du cycle  $p_{max}$  qui peut être déduite dans des modèles de connaissance traitant le cycle thermodynamique pas à pas dans un long calcul numérique.

|                              |  |
|------------------------------|--|
| Chen et Fleyn [62]           | $pmf = 0,138 + 0,005 \cdot p_{max} + 0,164 \cdot V_p$  |
| Millington et Hartles [102]  | $pmf = A + 4,83 \cdot 10^{-4} \cdot N + 0,103 \cdot (V_p/5,05)^2$<br>$A = (\varepsilon - 4) / 14,5$ pour moteur à injection directe,<br>$A = \varepsilon / 14,5$ pour moteur à injection indirecte |
| Winterbonne et Tennant [135] | $pmf = 0,061 + 0,294 \cdot N / 1000 + 0,016 \cdot p_{max}$   |
| Furuhama [69]                | $pmf = C_1 \cdot (\mu \cdot N)^{0,6}$  |
| Yokooku et Col. [136]        | $pmfp = pmfs + pmfj$<br>$pmfs = (0,023 + 0,03 \cdot V_p) \cdot Fr$<br>$pmfj = 0,04 + 0,15 \cdot V_p$   |
| Guichaoua et Col. [77]       | $pmf = 1,03 + 0,62 \cdot 10^{-3} \cdot N - 0,11 \cdot 10^{-6} \cdot N^2$   |

Tableau 3.1 : Formules proposées pour la  $pmf$  dans le moteur Diesel

L'échelle de temps choisie étant égale à un cycle moteur, nous limitons notre choix aux formules faisant intervenir seulement le régime de rotation du moteur. Suite à une analyse récente de ces différentes formulations du frottement globale faite par Benhassaine [26] nous avons retenu, pour sa simplicité, sa précision et son actualité, la formulation de Guichaoua et Col. [77], avec une réidentification spécifique de ces coefficients :

$$pmf = a + b \cdot N + c \cdot N^2 \quad (3.91)$$

#### 4.2 - Modèle du rendement indiqué :

Les formules du rendement indiqué ne sont pas très abondantes. Ces relations essayent d'intégrer les effets des pertes par imbrûlés et des pertes par les parois, facteurs déterminants sur le rendement indiqué. Elles sont à caractère empirique ou semi-empirique dont les paramètres sont à identifier à partir de l'expérience. Elles font intervenir le régime du rotation, le rapport air/carburant ou ces deux variables réunies. La courbe expérimentale (figure 3.10) du rendement indiqué en fonction de l'excès d'air  $\lambda$  tend généralement à baisser dès que  $\lambda$  s'approche de l'unité, elle reste à peu près constante pour des excès d'air grandes. Les relations traduisant ces phénomènes prennent une forme polynomiale [81, 112] ou exponentielle [82] :

$$\begin{aligned} \eta_{i1} &= a + b \cdot \lambda + c \cdot \lambda^2 \\ \eta_{i1} &= a + b \cdot \lambda^{-k} \end{aligned} \quad (3.92)$$

Les pertes par les parois dépendent du rapport existant entre l'aire de ces parois et le volume de comburant utilisé pour une richesse donnée, donc du rapport (surface / volume) de la chambre de combustion [23]. Par ailleurs ces pertes augmentent avec la turbulence à l'intérieur de la chambre de combustion, donc avec le régime de rotation du moteur. On trouve pour ce phénomène des relations de la forme [82] :

$$\eta_{i2} = a + b \cdot N + c \cdot N^2 \quad (3.93)$$

On démontre enfin [114, 116] que ces pertes sont inversement proportionnelles à la racine carrée de la vitesse de rotation. Une formulation complète du rendement dû au pertes par les parois est proposée par [42]:

$$\eta_{i2} = a + b \cdot N + c \cdot N^2 + \frac{d}{N} + \frac{e}{N^2} \quad (3.94)$$

Nous avons choisi d'introduire les deux effets dans une seule formule traduisant le rendement indiqué par :  $\eta_i = \eta_{i1} \cdot \eta_{i2}$  . Après plusieurs essais d'identification et de simulation, nous avons retenu :

$$\eta_i = \left( a + b \cdot N + c \cdot N^2 + \frac{d}{N} + \frac{e}{N^2} \right) \cdot (f + g \cdot \lambda^{-k}) \quad (3.95)$$

#### 4.3 - Modèle du couple effectif :

Le moteur présente un couple maximal qui varie en fonction de sa vitesse de rotation (figure 3.11). La courbe des couples maximaux d'un moteur Diesel suralimenté peut être présentée par deux arcs de parabole (figure 3.12) se raccordant au point de couple maximum [42].

Ces deux arcs de paraboles satisfont aux conditions suivantes pour l'expression  $C_m(N)$  du couple moteur en fonction de sa vitesse de rotation :

$$\text{1er arc} \quad C(N_1) = C_1; \quad C(N_2) = C_2; \quad \frac{dC}{dN}(N_2) = 0 \quad \text{pour } N \in [N_1, N_2] \quad (3.96)$$

$$\text{2ème arc} \quad C(N_2) = C_2; \quad C(N_3) = C_3; \quad \frac{dC}{dN}(N_2) = 0 \quad \text{pour } N \in [N_2, N_3] \quad (3.97)$$

où  $N_1$  est la vitesse de rotation minimum du moteur,  $N_2$  celle où le couple moteur atteint son maximum,  $N_3$  est la vitesse de rotation maximum du moteur. D'où l'expression qui sera utilisée dans notre modélisation :

$$C_m(N) = C_2 - (C_2 - C_k) \cdot \left( \frac{N_2 - N}{N_2 - N_k} \right)^2 \quad (3.98)$$

avec  $k = 1$  pour le premier arc et  $k = 3$  pour le deuxième arc.

Pour balayer tout le domaine de fonctionnement du moteur, on exprime généralement les expressions  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  par des relations polynomiales de deuxième degré en fonction de la position de la crémaillère  $X_{rack}$ .

## **5 - MODELISATION DE L'INJECTION :**

La zone de fonctionnement d'un moteur Diesel à injection directe dans le plan couple-vitesse de rotation du moteur présente des courbes caractéristiques (figure 3.11) limitées par :

- deux vitesses de rotation minimale et maximale du moteur, où le régulateur de la pompe d'injection coupe l'arrivée de gazole afin d'éviter une vitesse de rotation destructive.
- deux courbes limites de couple moteur. Pour une vitesse de rotation fixée, on distingue le point de couple maximum (P1) du moteur où le débit de carburant est maximal, le point de couple de retenue (P3) où le débit est nul et les points de couple intermédiaires (P2) correspondant à une charge partielle du moteur.

On note sur la figure 3.12 la nécessité d'un certain débit initial pour surmonter le couple des pertes mécaniques (frottements, transvasements des gaz dans le cylindres lors de l'admission et l'échappement, auxiliaires du moteur ...) et la présence d'un couple de saturation correspondant au couple maximum dans la zone de fonctionnement du moteur.

### 5.1 - Modèle stationnaire de l'injection :

Dans les modélisations classiques, la consommation de carburant est une expression analytique du débit de carburant en fonction du couple du moteur et de sa vitesse de rotation dont les paramètres sont identifiés à partir des essais.

- Dans le modèle SIMAVERO [112], l'expression du débit du carburant  $\dot{m}_f$  est décrite par :

$$\dot{m}_f = a \cdot N \cdot (C_m + C_r) \cdot \frac{1+b}{C_s + C_m} \quad (3.99)$$

où  $a$  et  $b$  sont des coefficients constants,  $N$  est la vitesse de rotation du moteur,  $C_m$  est le couple effectif sur l'arbre moteur,  $C_r$  est le couple résistant dû aux pertes mécaniques internes au moteur et  $C_s$  est le couple de "saturation".

Le couple résistant  $C_r$  est exprimée sous forme d'un polynôme du second degré en fonction de la vitesse de rotation  $N$  du moteur :

$$C_r = \sum_{i=0}^2 c_i \cdot N^i \quad (3.100)$$

La somme  $(C_m + C_r)$  est égale au couple indiqué.

Le couple de saturation  $C_s$ , est exprimé sous la forme d'un polynôme du troisième degré en fonction de  $N$  :

$$C_s = \sum_{i=0}^3 d_i \cdot N^i \quad (3.101)$$

Ce couple de saturation  $C_s$ , intervenant dans l'expression  $b/(C_s - C_m)$ , est pris en compte pour reproduire l'allure des courbes  $\dot{m}_c(C_m)$ ,  $C_s$  étant le couple asymptote de ces courbes (figure 3.13).

- Dans [103] la relation suivante entre le débit du carburant  $\dot{m}_f$ , le couple sur l'arbre moteur  $C_m$  et sa vitesse de rotation  $N$  a été proposée :

$$\dot{m}_f = N \cdot \left( a_1 + \frac{C_m}{a_2 + a_3 \cdot C_m} \right) \quad (3.102)$$

où  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont des polynômes du second degré en  $N$ .

Cette relation traduit, sous forme d'une variation hyperbolique, l'amélioration du rendement indiqué du moteur lorsque sa charge diminue [103]. Le polynôme  $a_3$  prend toujours des valeurs négatives.

• Janhs [87] exprime le débit du carburant  $\dot{m}_f$  sous la forme polynomiale suivante :

$$\dot{m}_f = N \cdot (a_1 + a_2 \cdot C_m + a_3 \cdot C_m^2) \quad (3.103)$$

où  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont des polynômes du second degré en  $N$ . Les écarts relatifs moyens de cette relation varient de 0,6% à 2,5% en fonction du moteur utilisé [87].

• Roumegoux [42] a proposé une formulation pour le débit du carburant, établie à partir de la modélisation du cycle thermodynamique du moteur en tenant compte des pertes de chaleur dans l'eau et à travers les parois du cylindre, de la forme:

$$C_m = -(a_2 \cdot N^2 - a_1 \cdot N + a_0) \cdot \left( \frac{\dot{m}_f}{N} \right)^2 + \left( b_0 - \frac{b_1}{N} \right) \cdot \left( \frac{\dot{m}_f}{N} \right) - (c_2 \cdot N^2 + c_1 \cdot N + c_0) \quad (3.104)$$

Le débit de carburant peut être calculé en fonction des valeurs de  $C_m$  et  $N$ , par résolution de l'équation du second degré en  $\left( \frac{\dot{m}_f}{N} \right)$ . Cette formulation a été appliquée sur trois moteurs de véhicules industriels, l'écart relatif moyen variait de 0,3 à 2%.

L'ensemble de ces modèles simule bien le débit du carburant injecté pendant un cycle-moteur. Cependant, comme on le verra plus tard, la commande doit avoir des entrées mesurables sur véhicule en route, ce qui n'est pas le cas du couple effectif sur l'arbre du moteur. La relation (3.98) exprime ce couple par une formule polynomiale en fonction de  $N$  pour chaque valeur de  $X_{rack}$ . La substitution de cette relation dans le modèle (3.103) (le plus simple parmi les modèles proposées) nous permet de déduire le modèle suivant pour l'injection :

$$\dot{m}_f = N \cdot (A_1 + A_2 \cdot X_{rack} + A_3 \cdot X_{rack}^2) \quad (3.105)$$

où  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  sont des polynômes du second degré en  $N$ .  $X_{rack}$  est la position de la crémaillère.

## 5.2 Modèle transitoire de l'injection :

Inspiré du travail publié par Hardianto [38], nous avons admis une combinaison linéaire des effets induits par les variables d'entrées de la pompe d'injection " $N$ " et " $X_{rack}$ " sur le débit de gazole injecté. Le modèle transitoire est alors obtenu en sommant les réponses spécifiques à chaque entrée (figure 3.14). Soit dans le domaine de Laplace :

$$\dot{m}_f(p) = H_1 \cdot N(p) + H_2 \cdot X_{rack}(p) \quad (3.106)$$

La méthode consiste à rechercher les fonctions de transfert  $H_i$  suivant le modèle ARX [38] basé sur la réponse à une entrée quelconque et utilisant la transformée en  $z$  et la transformée de Laplace. Le modèle global est construit d'une façon interactive entre d'une part le modèle de la pompe en régime stabilisé (3.112), et d'autre part les fonctions de transfert liées au modèle transitoire. Ces dernières prennent la forme :

$$H_i(p) = \frac{K_i}{1 + T_i \cdot p} \quad (3.107)$$

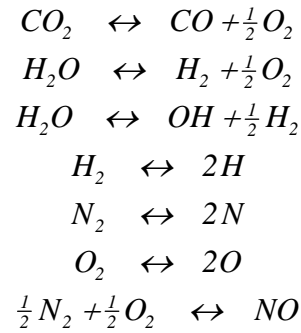
## 6 - MODELISATION DE LA POLLUTION :

La réaction de combustion, telle qu'elle est présentée généralement, n'est valable en réalité que lorsque la température des gaz au cours de la combustion reste suffisamment basse pour qu'il n'y ait pas dissociation des molécules formées par des réactions intermédiaires. Des décompositions endothermiques de molécules apparaissent à partir d'une température approximative de 2000°K.

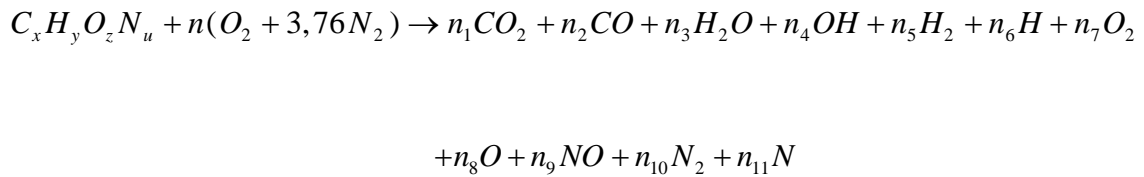
Lorsque le gaz combustible n'est pas préchauffé, que l'excès d'air reste élevé, les températures de combustion restent inférieures à 2000°K; la réaction est stoechiométrique, tous le combustible est brûlé en gaz carbonique et en eau, l'excédent de carburant, s'il existe, intervient seulement comme masse supplémentaire à chauffer. Dans le cas contraire, les températures des gaz de combustion étant trop élevées, le phénomène de dissociation ne peut plus être négligé, il devient nécessaire de calculer à chaque instant la composition chimique du mélange gazeux qui peut s'écarter d'une façon notable du schéma réactionnel habituel.

Les réactions de dissociation entre  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $N_2$  et  $O_2$  sont les suivantes [12]

:



La réaction globale s'écrit :



Les onze inconnues  $n_1$  à  $n_{11}$  sont déterminées par 11 équations dont 4 proviennent des bilans de carbone, d'hydrogène, d'oxygène et d'azote, et 7 proviennent des réactions d'équilibre écrites pour chacune des équations ci dessus. Ce système peut être résolu en linéarisant autour d'une valeur approchée de chacun des paramètres [45]. Une autre méthode de résolution est proposée par Vichniesky [24]. La mise en oeuvre de ces méthodes est simple mais présente un inconvénient majeur, celui d'un temps de calcul assez long en général.

### 6.1 - Cinétique chimique :

Si  $C_i$  est la concentration volumique d'un polluant ( $i$ ) dans les gaz d'échappement et  $n_i$  son coefficient stoechiométrique, la vitesse de production du polluant  $C_i$  est définie par :

$$v = -\frac{1}{n_i} \cdot \frac{d(C_i)}{dt} \quad (3.108)$$

Cette vitesse est donnée, d'autre part, selon la loi d'Arrhénius par :

$$v = K(T, p) \cdot \prod_j [C_j]^{n_j} \quad (3.109)$$

avec,  $T$  : température absolue,  $p$  : pression absolue,  $j$  : nombre des réactifs,  $K$  : une fonction de la pression et de la température et  $n_p$  le degré de la réaction. L'intégration de cette équation sur le temps de combustion ( $\theta = t_f - t_0$ ) donne la production totale du polluant  $C_i$  :

$$C_i = - \int_{t_0}^{t_f} n_i \cdot K(T, p) \cdot \prod_j [C_j]^{n_j} \cdot dt \quad (3.110)$$

Tenant compte que les réactifs de la combustion sont l'air et le gazole (c'est-à-dire  $j = 2$  avec  $C_1 = m_a$  et  $C_2 = m_f$ ), on peut ainsi écrire :

$$C_i = F(T_0, p_0, T_f, p_f, \theta) \cdot (m_a)^\alpha \cdot (m_f)^\beta \quad (3.111)$$

où  $F$  est le résultat de l'intégration de la relation (3.110). La turbulence dans la chambre de combustion est un facteur important agissant sur la possibilité de la collision entre les réactifs de la combustion, et par la suite sur le taux de production d'un polluant  $C_i$ . Ce facteur peut être reflété, dans notre cas, par le régime de rotation du moteur  $N$  [124]. L'équation (3.111) peut ainsi être écrite sous la forme :

$$C_i = F(T_0, p_0, T_f, p_f, \theta, N) \cdot (m_a)^\alpha \cdot (m_f)^\beta \quad (3.112)$$

## 6.2 - Modèles des polluants :

L'identification de la relation (3.112) pour chaque polluant nécessite la mesure des températures et des pressions du début et de la fin de la combustion, ces mesures ne sont pas simples à réaliser sur le banc d'essai utilisé. Nous avons donc utilisé d'autres variables images fidèles de ces pressions et températures. La pression de suralimentation  $p_s$  et la température  $T_s$  sont le point de départ d'une compression polytropique aboutissant aux points  $p_0$  et  $T_0$ , de même pour la pression et la température d'échappement  $p_e$  et  $T_e$  qui sont la fin d'une détente dont le point de départ est  $p_f$  et  $T_f$ . D'où la forme :

$$C_i = F(T_s, p_s, T_e, p_e, N) \cdot (m_a)^\alpha \cdot (m_f)^\beta \quad (3.113)$$

Les essais de mesure des polluants ont porté sur les hydrocarbures imbrûlés  $HC$ , les monoxydes et oxydes d'azote  $NO$  et  $NOx$ , les monoxydes et dioxydes de carbone  $CO$  et  $CO_2$ , les particules de masse  $PM$ , les suies graphitiques  $C$  et l'opacité des fumées  $Opf$ . La bibliographie scientifique propose seulement pour l'opacité [114, 122] et les hydrocarbures [124, 127] quelques modèles qui sont pratiquement tous de la forme :

$$\left\langle \begin{array}{l} Opf \\ HC \end{array} \right\rangle = N^a \cdot T_e^b \cdot \left( \frac{m_a}{m_f} \right)^{f(N)} \quad (3.114)$$

Inspiré de cette forme, de la relation (3.113) et des courbes expérimentales, nous proposons, après plusieurs tentatives avec diverses relations, les modèles de polluants suivants :

$$Opf = (a + b \cdot N + c \cdot N^2) \cdot \left( \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} \right)^{\alpha_1 \cdot N + \alpha_0} \quad (3.115)$$

$$HC = \left( \frac{N}{600} \right)^a \cdot \left( \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} \right)^{\alpha \cdot \dot{m}_a + \alpha_1 \cdot N + \alpha_0} \cdot \left( \frac{T_e}{T_s} \right)^\beta \cdot \exp\left( \frac{Opf}{100} \right)^\gamma \quad (3.116)$$

$$Suies = \alpha + \beta \cdot Opf + \gamma \cdot Opf^2 \quad (3.117)$$

$$CO = (a + b \cdot N) \cdot \left[ \alpha + \beta \cdot \left( \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} \right) + \gamma \cdot \left( \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} \right)^2 \right] \quad (3.118)$$

$$NOx = (a + b \cdot N + c \cdot N^2) \cdot \exp \left[ \alpha + \beta \cdot \left( \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} \right) + \gamma \cdot \left( \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} \right)^2 \right] \quad (3.119)$$

## **CONCLUSION**

Un modèle de comportement du moteur Diesel suralimenté en régime stationnaire et transitoire, basé sur des lois physiques et des relations de corrélations, a été construit pour expliquer les évolutions des variables dépendantes ( $N$ ,  $N_{ic}$ ,  $p_s$ ,  $m_a$ ,  $m_f$ ...) et des sorties en pollution : (hydrocarbures imbrûlés ( $HC$ ), opacité ( $Opf$ ), particules ( $PM$ )...) pour des entrées variables : cran de combustible ( $X_{rack}$ ), couple résistant ( $C_m$ ) et position de la géométrie variable ( $GV$ ).

Les inconvénients essentiels se présentent au niveau du nombre important des coefficients introduit par le modèle (76 coefficients) d'une part, et du nombre assez élevé d'expériences nécessaires à leur identification dans tout le domaine de fonctionnement du moteur d'autre part.

Le nombre de coefficient semble raisonnable comparativement à celui des approches de l'automatique [57, 61] : les séries fonctionnelles (série Volterra, ...) nécessitent souvent l'estimation d'environ 500 paramètres, les modèles à non linéarités séparées en utilisent approximativement 40 et les équations aux différences (Narmax, ...) exigent moins de 20 paramètres par chaque sortie. Le nombre de ces paramètres

augmente si l'on souhaite plus d'informations sur l'ensemble des phénomènes dont le moteur est le siège.

Le nombre élevé d'expériences peut être réduit en utilisant les cartes expérimentales fournies généralement par les constructeurs des sous ensembles qui constituent le moteur (compresseur, pompe d'injection, ...). Toutefois, ces expériences peuvent faire l'objet d'une base de données importante pour le constructeur ou l'utilisateur dans d'autres domaines d'application ou de recherche.

Les avantages que nous pouvons signaler se trouvent au niveau de sa simplicité, son temps de calcul ( $< 60$  ms), sa précision et les informations fournies sur les phénomènes internes au moteur sans pour autant alourdir sa taille, sa complexité ou le nombre des paramètres. Il constitue la première étape indispensable à l'élaboration de la loi de commande envisagée pour la pollution. La validation et la simulation de l'ensemble de ces relations fera l'objet du prochain chapitre.

*Figure 3.2a : Compression réelle*

*Figure 3.2b : Détente réelle*

*Figure 3.3 : Exemple des courbes caractéristiques du compresseur*

*Figure 3.4 : Exemple des courbes caractéristiques d'une turbine*

*Figure 3.5 : Effet du GV sur un point de fonctionnement M de la turbine*

*Figure 3.6 : Influence du GV sur une isovitesse*

*Figure 3.7 : Ondes de pression à l'admission*

*Figure 3.8 : Effet du régime sur le remplissage du moteur [20]*

*Figure 3.9 : Linéarisation de l'équation (3.92) représentant la température d'admission en fonction de la pression de suralimentation*

*Figure 3.10 : Courbe du rendement indiqué en fonction de l'excès d'air*

*Figure 3.11 : Zones de fonctionnement d'un moteur Diesel à injection directe*

*Figure 3.12 : Modélisation de la courbe des couples du moteur en deux arcs de paraboles*