

# **CHAPITRE 01**

## *ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE*

1 - NOTION DE PROCESSUS

2 - DEFINITIONS RELATIVES AUX MODELES

2.1 Modèles de connaissance

2.2 Modèle de représentation

3 - ANALYSE DE LA NATURE DU MOTEUR

4 - BIBLIOGRAPHIE DES MODELES DE CONNAISSANCES

4.1 - Modèles quasi-stationnaires

4.2 - Méthode de vidange remplissage

4.3 - Méthodes acoustiques

4.4 - Méthode des caractéristiques

5 - BIBLIOGRAPHIE DES MODELES DE REPRESENTATION

5.1 - Fonction de transfert

5.2 - Espace d'état

5.3 - Modèle à état affine

5.4 - Présentation du modèle Narmax

5.5 - Méthode de représentation par zone

CONCLUSION

## **1 - NOTION DE PROCESSUS**

Un processus est un système dynamique, c'est-à-dire un système évolutif pour lequel le temps joue un rôle fondamental. Dans le cas général (figure 1.1), un processus est un système traversé par des flux d'information, d'énergie et de matière tout en étant soumis à des perturbations aléatoires extérieures.

Du point de vue d'un observateur, un processus correspond à un système physique envisagé dans le cadre de l'évolution des échanges réalisés avec son environnement. Diverses variables peuvent être mises en évidence sur un processus :

- des **entrées de commande**, qui permettent d'agir sur l'évolution du processus ;
- des **entrées de perturbation**, en général non contrôlables par l'utilisateur et qui agissent également sur le processus ;
- des **sorties**, variables mesurables ou au moins détectables, qui caractérisent l'action du processus sur son environnement ;
- des **variables d'état**, variables internes du système, dont l'action sur l'environnement n'est pas nécessairement directement perceptible mais dont l'évolution régit celle du processus.

## **2 - DEFINITIONS RELATIVES AUX MODELE**

Un modèle de procédé est un ensemble de relations mathématiques permettant de prédire certains aspects de son évolution. La qualité des modèles repose sur une analogie, plus ou moins étroite, entre le comportement des objets physiques et celui des êtres mathématiques.

Il existe plusieurs types de modèles, principalement les modèles de connaissance et les modèles de représentations ou de conduite.

### **2.1 Modèles de connaissance**

Un modèle de connaissance est un modèle dont les caractéristiques et les équations ont été établies en faisant appel à des modèles plus généraux mettant en oeuvre les lois de la physique : température, pression, courant, accélération, force... Ils sont beaucoup plus riches de signification que les modèles de représentation définis ci-dessous et contiennent toutes les

informations utiles sur le processus étudié. Par contre, ils sont en général difficiles à déterminer et de mise en oeuvre complexe.

Dans la modélisation du fonctionnement d'un procédé, on retrouve pratiquement toujours les mêmes opérations [18] : la construction du modèle, l'identification, la validation et l'utilisation.

La construction d'un modèle de procédé repose généralement sur des bilans de masse, d'énergie ou de force. L'écriture de ces bilans fait intervenir les lois de la physique. On utilise en particulier des lois de cinétique physique pour décrire toutes les opérations de transfert, et des lois de cinétique chimique quand il y a transformation de la matière. Le choix des hypothèses et l'écriture des équations de bilan requièrent une bonne compréhension du fonctionnement du procédé. Au terme de cette troisième étape, on dispose d'un modèle de connaissance. Habituellement, ce modèle contient des coefficients dont la valeur est soit incertaine, soit inconnue.

L'identification consiste à ajuster les paramètres inconnus du modèle de manière à ce que celui-ci décrive au mieux le fonctionnement du procédé. La pratique usuelle consiste à définir un critère d'écart (généralement de forme quadratique) entre les sorties du procédé et les prédictions du modèle. On ajuste ensuite les paramètres du modèle de manière à minimiser ce critère. En raison des hypothèses utilisées lors de l'établissement du modèle, celui-ci reste une représentation schématique de la réalité physique, et sa structure ne permet généralement pas une description très fine du procédé. L'ajustement des paramètres contribue à limiter les effets des approximations. Toutefois, cela se fait au détriment de la signification physique des paramètres identifiés : l'identification tente de rendre compte de la totalité des phénomènes en n'utilisant que les mécanismes explicitement pris en compte dans le modèle.

Au terme de l'étape précédente, on dispose d'un modèle dont les paramètres sont fixés. Il faut maintenant déterminer si le modèle obtenu est satisfaisant en comparant ses sorties à celles obtenues par expérience, c'est-à-dire s'il permet de décrire le fonctionnement du procédé avec une précision suffisante, pour toutes les variations des entrées auxquelles le procédé peut être soumis. C'est l'étape appelée validation. Deux raisons principales peuvent conduire à des conclusions négatives lors de la validation :

- l'identification est imparfaite ; il y a alors lieu de retourner à cette étape
- la structure du modèle de connaissance est trop sommaire pour représenter le fonctionnement du procédé dans tout le domaine d'utilisation. Il est alors possible de revenir

sur les hypothèses qui régissent la modélisation, de manière à obtenir une description plus précise du procédé.

C'est enfin dans le cadre de l'utilisation du modèle que s'évaluent définitivement ses performances. Supposons, à titre d'exemple, que le modèle serve à déterminer les paramètres de réglage d'une boucle de régulation P.I.D.. On appréciera alors la qualité de la modélisation en comparant les prédictions du modèle aux réponses du procédé muni de sa régulation. Au terme de cette dernière étape, on peut être amené à revenir sur la modélisation pour améliorer les performances d'un modèle.

## 2.2 Modèle de représentation

La démarche présentée au paragraphe précédent n'est pas toujours la plus efficace pour obtenir un modèle traduisant l'évolution des sorties d'un procédé en réponse aux variations de ses entrées (variables de commande). En particulier, quand le procédé étudié est complexe, l'établissement d'un modèle de connaissance peut constituer une entreprise considérable, sans commune mesure avec les avantages que l'on retirera de ce modèle. On peut également aboutir à une situation dans laquelle le modèle de connaissance obtenu est d'une telle complexité qu'il n'est pas possible de l'utiliser dans le cadre de l'application pour laquelle il a été conçu.

Une démarche alternative consiste à utiliser un modèle de représentation, c'est-à-dire à choisir à priori la structure d'une expression mathématique liant les sorties et entrées d'un procédé. Ainsi, si l'on cherche à traduire l'évolution d'une sortie  $y(t)$ , en réponse aux variations d'une entrée  $u(t)$ , on choisira souvent une équation différentielle linéaire à coefficients constants de la forme :

$$a_n \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \cdot \frac{dy}{dt} + y = b_m \cdot \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \cdot \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \cdot \frac{du}{dt} + b_0 \cdot u + c \quad (1.1)$$

Cette relation étant éventuellement complétée par un retard pur. Si l'on précise l'ordre des dérivées les plus hautes que l'on considère,  $n$  et  $m$ , on a ainsi la structure d'un modèle faisant intervenir  $n + m + 2$  paramètres indéterminés.

On peut obtenir une première estimation de la structure à adopter pour le modèle, en imposant à chaque entrée, à tour de rôle, une variation en échelon. Dans la mesure où les sorties ne sont pas trop entachées de bruit, leurs réponses permettent d'apprécier l'ordre du modèle et la présence d'un retard pur. Cette technique suppose que l'on puisse maintenir pendant assez longtemps les entrées du procédé à une valeur constante ; ce qui n'est pas toujours possible. On peut également mener l'identification sur une série de modèles d'ordre

croissant, et arrêter la procédure quand le passage à un ordre supérieur n'introduit aucune amélioration des performances du modèle.

Dans la pratique, ce type de modélisation donne de bons résultats quand le procédé évolue dans une domaine restreint autour d'un point de fonctionnement nominal (domaine de linéarité). Avec un retard pur et un modèle linéaire d'ordre faible (troisième ordre au maximum) on arrive à traduire la dynamique de procédés très complexes [18] (cimenteries, laminoirs, fours de séchage, colonne à distiller...).

Par contre ce type de modèle a généralement un domaine de validité limité ; il est nécessaire de recalibrer ses paramètres quand on s'éloigne du point de fonctionnement initial. Une autre limitation de ce type de modèle est liée au fait qu'il ne renseigne pas sur l'état du procédé. Or quand les sorties du procédé sont mal choisies on peut avoir des sorties convenables et un état "catastrophique".

Notons que modèle de connaissance et modèle de représentation ne sont pas exclusifs. Dans le cas où le procédé étudié n'est pas disponible pour des essais, on peut utiliser un modèle de connaissance compliqué pour calculer des réponses aux diverses entrées, et construire sur ces réponses des modèles de représentation plus simples. On peut aussi compléter un modèle de connaissance par certains éléments de représentation comme un premier ordre et un retard pur.

Enfin, La détermination d'un modèle mathématique d'un processus nécessite en général diverses hypothèses simplificatrices afin de limiter sa complexité. Dans chaque application, il apparaît nécessaire de faire un compromis entre la finesse et la précision du modèle à mettre en oeuvre d'une part, et la limite de complexité admissible, compte tenu des objectifs fixés, d'autre part. Plusieurs types de modèles sont ainsi possible, l'Annexe 01 en fait un inventaire.

### **3 - NON LINEARITE DU MOTEUR :**

La nature physique de l'ensemble des processus dont le moteur Diesel est le siège permettent de le qualifier comme un système dynamique, continu, déterministe, non linéaire et à paramètres séparés. Les causes majeures de non-linéarité du comportement d'un système sont [4]: la saturation, le seuil, le tout ou rien et l'hystérésis.

La saturation est une non-linéarité très fréquente correspondant aux limitations imposées aux variables dans la plupart des processus physiques (figure 1.2), le comportement restant linéaire dans une certaine plage d'évolution. Un exemple de saturation dans le moteur

est la limitation, par le régulateur de la pompe d'injection, du débit du gazole une fois que le régime moteur atteint une certaine valeur limite.

Le seuil (figure 1.3) apparaît, par exemple dans le moteur, pour représenter le frottement solide du piston contre les parois de la chemise.

Un exemple de tout ou rien est illustré (figure 1.4) par les limites d'inflammation du mélange. Ainsi, si le rapport air/fuel est inférieur au rapport air/fuel stoechiométrique il n'y a pas de combustion

L'hystérésis est associé au sens d'évolution de la variable d'entrée (Figure 1.5) apparaît par exemple dans les phénomènes de jeu mécanique (segments du piston, film d'huile du vilebrequin, ...).

En réalité, la combinaison entre ces diverses non-linéarités renforcent la non linéarité du système-moteur. (frottement du vilebrequin sur son axe associé au limitation de sa vitesse de rotation).

#### **4 - BIBLIOGRAPHIE DES MODELES DE CONNAISSANCES :**

Toutes les méthodes utilisent le même système d'équation. Elles se différencient par le degré de simplifications dans les hypothèses formulées, et peuvent être classés, selon Benson [2] en trois catégories :

- Modèles quasi-stationnaires
- Modèles de vidange et de remplissage
- Modèles d'action d'ondes, ondes acoustiques et ondes d'amplitude finie.

##### **4.1 - Modèles quasi-stationnaires :**

Le pionnier de cette approche a été Winterbone [132, 133], qui a proposé un modèle pour un moteur Diesel où la réponse transitoire du moteur est décrite par une suite d'états stationnaires mécaniques très rapprochés. Chaque état est défini par la stabilité et l'équilibre thermodynamique, gazodynamique et chimique de l'ensemble des processus liés au moteur. De tels modèles sont donc basés sur les caractéristiques statiques de tous les composants du moteur à savoir, le compresseur, la turbine, la pompe à injection et le moteur proprement dit, ainsi que les lois de base de mécanique et de thermique. Cette approche ne constitue pas, d'une part, un succès total pour les moteurs à cause des effets inertiels thermiques et la complexité du phénomène de combustion. Elle dépend, d'autre part, d'un certain nombre des

coefficients empiriques et nécessite, par la suite, un nombre assez élevé des essais expérimentaux. L'avantage des modèles quasi-stationnaires est qu'ils produisent les non linéarités statiques qui existent dans le moteur et évaluent l'amplitude des paramètres physiques tels que la température d'échappement, la richesse, ... obtenus durant le fonctionnement transitoire [115, 116]. Un autre avantage consiste au fait que le programme de simulation se compose principalement d'équations algébriques (représentant le débit d'air, la puissance, ...) avec peu d'équations différentielles. Ce qui permet à ce type de modèle de ne pas souffrir de problèmes de stabilité [116]. Ce concept peut se justifier dans le cas de moteurs à forte inertie (poids lourds par exemple).

#### 4.2 - Méthode de vidange remplissage :

L'application de cette méthode, notamment utilisé par N. Watson [126, 127], est effectuée en constatant que les différents espaces impliqués (cylindres, collecteur) sont des systèmes ouverts. Ces espaces, toujours partiellement occupés par une masse instantanée de fluide sont simultanément le siège de transfert de fluide et d'énergie constamment modifié au cours de fonctionnement de l'ensemble propulsif . La liaison entre des espaces voisins et la cohérence des calculs est assurée par l'équation de continuité [36].

A chaque pas de calcul, on établit un bilan instantané de masse et d'énergie. On obtient les différents profils des paramètres caractéristiques ( $T$ ,  $P$ ,  $\dot{m}$ , ...) en fonction du temps. La stabilité des calculs est assurée par des tests d'arrêts du calcul itératif qui rendent compte du fonctionnement cyclique du système [36].

Le modèle obtenu exige moins de facteurs empiriques que les modèles précédents. Le résultat obtenu [127, 60] se ramène à (8) équations différentielles non linéaires ordinaires du premier ordre, résolues par la méthode numérique Runge-Kutta de quatrième ordre. Ici, les auteurs considèrent l'état instantané du moteur comme conventionnellement décrit par huit variables que sont : la température, la masse, la richesse, la position angulaire, la vitesse de rotation du vilebrequin, la vitesse de rotation du turbocompresseur et finalement la position et la vitesse (supposée linéaire) du cran de combustible. Le résultat obtenu se présente sous forme de " $m$ " équations différentielles non linéaires ordinaires du premier ordre couplées :

$$\frac{dX_k}{d\theta} = f_k(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m, \theta)$$

où :  $X_k$  : variable d'état, avec  $X_k(\theta_0)$  comme condition initiale,  $k = 1, \dots, m$  ;  $m = 3 n_b + 5$ ,

$n_b$  = nombre total de volumes.

Cette méthode néglige l'effet de l'alimentation pulsée de la turbine. Son caractère itératif nécessite un temps de calcul assez important.

### 4.3 - Méthodes acoustiques :

La première à avoir été utilisée, et qui est toujours très largement employée a été développée au début du siècle par Stewart. Elle suppose des perturbations de faible amplitude, d'influence négligeable sur l'état moyen, communiquant aux particules une vitesse faible comparée à la vitesse du son. Ces hypothèses simplificatrices permettent la linéarisation des équations et rend possible leur intégration dans le cas des phénomènes périodiques [105].

Cette intégration conduit à la relation fondamentale exprimant la correspondance linéaire entre la pression acoustique  $\Delta p$  et la vitesse acoustique  $\mu$ .

$$\Delta p = \rho.c.\mu$$

où  $\rho$  et  $c$  sont respectivement la masse volumique et la vitesse du son du milieu considéré.

La notion d'impédance, par analogie avec l'électricité, peut être introduite en acoustique. Elle est très utile, mais il faut veiller à l'utiliser sans masquer la nature des phénomènes. L'impédance acoustique en un point d'un milieu est définie comme le rapport en régime harmonique entre la pression acoustique et le débit acoustique. L'impédance est une grandeur qui dépend de la fréquence. En fonction des conditions à réaliser à l'admission et à l'échappement pour obtenir un bon remplissage ou une bonne vidange du cylindre, il est possible d'établir un certain nombre de règles simples à respecter [85].

Par exemple [111] à l'admission d'un moteur 4 cylindres 4 temps dont le mode de groupement est représenté figure 1.6, la condition favorable au remplissage consiste à réaliser un ventre de pression c'est-à-dire une impédance infinie aux soupapes pour la fréquence du groupement 4 cylindres égale à  $N/30$ ,  $N$  étant le régime de rotation en tr/mn.

Il est donc possible de tracer une courbe donnant le régime d'accord théorique en fonction de la longueur de la pipe de queue. Pour le moteur 1080 cm<sup>3</sup> considéré [111], une pipe de queue de 0,42 m de longueur conduit à un accord favorable à 3000 tr/mn.

La figure 1.7 donne les courbes de couple obtenus avec ce moteur pour quatre longueurs différentes de la pipe de queue [111]. On peut constater que les maximum de la courbe de couple correspondent assez bien avec les régimes d'accord théoriques déterminés précédemment. Pour une pipe de queue de 0,42m on observe bien un maximum de couple aux environs de 3000 tr/mn.

On s'aperçoit donc que par un calcul très simple et très rapide on peut déterminer avec une très bonne approximation les régimes d'accord en fonction des longueurs et des rapports de section des différents éléments de tubulure. En acoustique puisqu'on peut dissocier en chaque point l'onde incidente de l'onde réfléchie, il est possible de calculer l'atténuation entre deux sections d'un réseau. On peut étudier par ce moyen, sans avoir besoin de faire des calculs très longs, des systèmes relativement compliqués et obtenir l'allure de leur courbe d'atténuation en fonction de la fréquence.

Bien sûr, du fait même des hypothèses simplificatrices de départ ces méthodes ont des limites. Il faudrait n'avoir à traiter que des fluctuations de pression de l'ordre de 0,05 bar, or il est courant à l'échappement d'avoir des fluctuations supérieures à 1 bar. Il n'est donc pas surprenant d'observer expérimentalement des atténuations inférieures à celles que laisse prévoir la théorie. D'autre part on considère dans ce type de calcul un état moyen et en particulier une vitesse du son constante dans l'ensemble des tubulures. Ceci est parfaitement justifié à l'admission mais moins à l'échappement où les variations de température sont beaucoup plus importantes. Enfin le fait de ne pas faire intervenir la vitesse d'écoulement constitue une source d'erreur non négligeable surtout dans les moteurs rapides où les débits volumiques sont importants. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle cette méthode ne permet pas de prédéterminer les sections.

En résumé que peut-on attendre de l'application de telles méthodes ? Essentiellement deux points [85, 105, 111] :

- la valeur des longueurs des divers éléments de tubulure à mettre en oeuvre ainsi que les rapports de section à respecter pour réaliser certaines conditions d'accord.
- une indication de l'atténuation en fonction de la fréquence d'un élément silencieux.

Dans bien des cas, malgré ses imperfections cette méthode est amplement suffisante pour résoudre beaucoup de problèmes.

#### **4.4 - Méthode des caractéristiques :**

Si on ne fait pas l'hypothèse simplificatrice de la faible variation des paramètres caractérisant l'état du gaz, le système d'équations n'est pas intégrable directement et nécessite une intégration pas à pas. Celle-ci peut s'effectuer par la méthode des caractéristiques.

Cela sert physiquement à étudier l'influence sur l'état du gaz des perturbations qui arrivent en certains points préalablement choisis des tubulures suivant des intervalles de

temps compatibles avec les délais d'évolution des phénomènes, autrement dit fonction de la vitesse du son dans le milieu considéré.

Son premier avantage, surtout quand on a eu l'occasion de faire une application graphique, est de comprendre effectivement le mécanisme des phénomènes qui se produisent dans une tubulure [55]. De plus elle permet d'obtenir avec précision les lois d'évolution de pression, de vitesse et de température en tout point des tubulures, en fonction du temps et en particulier aux extrémités où les phénomènes intéressent plus spécialement le motoriste. On peut citer à ce sujet des études de conception des collecteurs d'admission et d'échappement [66, 134] pour les moteurs alternatifs par cette méthode.

Côté soupape, à partir des lois de pression en amont de la soupape d'admission et en aval de la soupape d'échappement, de la loi de déplacement du piston et à condition bien sûr de connaître la section de passage effective aux soupapes en fonction de la levée on peut accéder au coefficient de remplissage réel. Il est très difficile, habituellement, de mesurer ce paramètre, puisqu'on ne sait mesurer et encore moyennant certaines précautions que le débit passant par les soupapes d'admission. Or dans les conditions de surbalayage ce dernier peut être de 15 à 20 % supérieur à la masse restant effectivement dans le cylindre en fin de phase d'admission [2].

Côté extrémité ouverte à l'atmosphère, à partir de la loi de vitesse en fonction du temps dans la section ouverte il est possible par une méthode acoustique simple de déterminer la contribution de l'admission et de l'échappement au niveau sonore en un point situé aux environs immédiats du moteur et ce avec une précision inférieure à 4 décibels [111].

A titre d'exemple la figure **1.8** montre la comparaison entre la pression mesurée et calculée à 15 cm d'une soupape d'échappement d'un moteur 4 cylindres 4 temps, en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin [54]. On peut constater, sur ce diagramme, que les perturbations dans un échappement sont loin d'être de faible amplitude. Malgré cela la méthode des caractéristiques permet d'obtenir une correspondance correcte entre calcul et expérience aussi bien en amplitude qu'en phase.

La figure **1.9** montre la comparaison entre la pression calculée et mesurée à l'échappement d'un moteur 4 cylindres 4 temps, dont le mode de groupement et le même que dans le cas précédent, en aval d'un pot de détente interposé sur la pipe de queue [54]. On s'aperçoit que, malgré l'hypothèse de l'écoulement par tranche plane appliquée à un système comportant des variations brutales de section de l'ordre de 15, les résultats obtenus sont encore cohérents [54].

En définitive, la méthode des caractéristiques est donc une méthode très puissante qui permet d'accéder avec précision à des paramètres qui intéressent le motoriste comme : le coefficient de remplissage réel ou la contribution au niveau sonore global des bruits de bouche d'admission et d'échappement ou les amplitudes des fluctuations de pression dans le tubulures en fonction de leur diamètre.

Mais la méthode des caractéristiques nécessite un programme de calcul beaucoup plus important que les méthodes acoustiques et la complexité de ce programme croît beaucoup en fonction du nombre des singularités à traiter.

## **5 - BIBLIOGRAPHIE DES MODELES DE REPRESENTATION**

Les modèles de représentation peuvent être classés en deux grandes catégories :

- les modèles linéarisés représentés de façon classique par des fonctions de transfert, ou un espace vectoriel d'état. Ces modèles locaux, bien que simple, ne sont valables que dans la zone voisine d'un point de fonctionnement.
- la présence d'une non-linéarité se traduit par une variation des paramètres du modèle linéaire dans la zone d'étude (modèle multizone) impliquant ainsi plusieurs modèles linéaires. Il peut y avoir un seul modèle non linéaire (modèle à Etat Affine ou modèle Narmax).

### **5.1 - Fonction de transfert :**

Ce style de modèle a été généralement élaboré dans le but de réguler la vitesse de rotation du moteur Diesel autour d'une point de consigne [59]. La charge appliquée au moteur est constante. Le moteur est ainsi considéré comme un système linéaire mono-entrée mono-sortie. Les fonctions écrites en variables de Laplace prennent généralement la forme [121] :

$$G(s) = \frac{a^3 \cdot s^3 + a^2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}{s^6 + b_5 \cdot s^5 + b_4 \cdot s^4 + b_3 \cdot s^3 + b_2 \cdot s^2 + b_1 \cdot s + b_0} \quad (1.2)$$

Un temps de retard peut être ajouté à ces fonctions de type  $e^{-k \cdot s}$  exprimant le déphasage entre l'injection du carburant et la réponse du moteur [110].

### **5.2 - Espace d'état :**

C'est un modèle de représentation basé sur le concept des données échantillonnées caractérisant des états successifs du système. Ce concept appliqué dans le cas d'un processus linéaire aboutit au système d'équations non-autonome suivant [70] :

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B \cdot u(k) \quad u(k) \in \mathfrak{R}^m \quad x(k) \in \mathfrak{R}^n \quad (1.3)$$

$$y(k) = C \cdot x(k) + D \cdot u(k) \quad y(k) \in \mathfrak{R}^p \quad (1.4)$$

où (1.3) représente l'équation d'état et (1.4) l'équation de sortie;  $x$  le vecteur d'état,  $u$  celui des entrées,  $y$  celui des sorties,  $m$  étant le nombre d'entrées,  $n$  la dimension du vecteur d'état,  $p$  le nombre de sorties,  $k$  correspond à l'instant d'échantillonnage et  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  sont les matrices d'évolution, d'application de la commande, d'observation et de transition directe, de dimension respectives  $(n \times n)$ ,  $(n \times m)$ ,  $(p \times n)$  et  $(p \times m)$ .

M. Garaudée [39] s'est intéressé à l'espace d'état pour modéliser le moteur. Sa modélisation a porté sur la forme canonique précédente avec  $C = I = \text{Matrice unité}$ ;  $D = 0 = \text{Matrice nulle}$ . Cette forme dérive de l'hypothèse qu'il n'y a pas une influence directe de l'entrée sur la sortie, elle même égale au vecteur d'état. Le moteur est identifié comme un système à deux entrées (position du levier d'accélérateur  $La$ , et couple résistant  $C_m$ ) d'où  $m = 2$ , et multi-sorties. Le modèle d'état est construit par superposition des modèles linéaires élémentaires correspondant aux excitations séparées de  $La$  et  $C_m$ . L'estimation des paramètres du modèle a été effectuée à l'aide de la méthode des moindres carrés. Le critère de validité de la linéarisation est basé sur l'écart mesure-modèle défini par l'expression.

$$Ecart = \frac{100}{p} \sum_{k=1}^m \frac{\sum_{i=1}^{np} [y_k(i) - y_{mk}(i)]^2}{\sum_{i=1}^{np} y_{mk}^2(i)} \quad (1.5)$$

où  $y_{mk}$  représente la valeur fournie par le modèle à l'instant  $(k)$ ,  $y_k$  la valeur correspondante mesurée et  $np$  le nombre de points contenus dans le signal expérimental. et  $p$  le nombre de vecteur d'état. L'erreur sur les sorties entre les réponses indicelles du modèle et celles mesurées est de l'ordre de 3%. Cependant le modèle se révèle totalement inadapté pour des variations importantes des entrées. Ce modèle présente deux inconvénients majeurs pour une application automobile : il nécessite un grand nombre d'essai [39] et les matrices  $A$  et  $B$  ne sont pas constantes dans le domaine de fonctionnement du moteur.

### 5.3 - Modèle à état affine :

Ce travail a été développé par notre équipe de recherche [97] dans le l'objectif de commander le moteur. Le schéma fonctionnel adopté pour le moteur est à deux entrées ( $La$  et  $C_m$ ) et trois sorties (Débit d'air  $\dot{m}_a$ , Opacité des fumées  $Opf$  et hydrocarbures imbrûlés  $HC$ ), (figure 1.10). Le modèle linéaire valable autour d'un point de fonctionnement s'écrit :

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B_1 \cdot La(k) + B_2 \cdot C_m(k) \quad (1.6)$$

$$y(k) = C \cdot x(k) \quad (1.7)$$

Pour des variations importantes de  $La$  et  $C_m$ , le critère de linéarité, équation (1.5) n'est plus satisfait et le modèle (1.6-1.7) devient insuffisant. Il faut donc rechercher un modèle plus général capable de traduire le comportement non linéaire du moteur. En conservant les notations précédentes, on peut considérer la généralisation du modèle (1.6-1.7) par les systèmes bilinéaires en temps discrets, décrits par :

$$x(k+1) = A_0 \cdot x(k) + \sum_{i=1}^m A_i \cdot u_i(k) \cdot x(k) \quad (1.8)$$

$$y(k) = C \cdot x(k) \quad (1.9)$$

Ces systèmes introduits en temps continus par Sontag en 1979 [118], ont été étendus aux cas discrets par Fliess et Nomand-Cyrot [67] qui ont démontré dès 1980 que les systèmes à état-affine peuvent approximer n'importe quel système discret non linéaire.

Dans notre application, si la matrice  $C$  (équation 1.7) reste inchangée à cause de la forme canonique d'observateur adopté, les paramètres définissant la matrice  $A$  et les vecteurs colonnes  $B_i$  dépendent alors de  $La$  et  $C_m$ . Comme on ignore leur loi de variation, on postule qu'elle est décrite par une forme polynomiale en fonction des entrées  $La$  et  $C_m$  : C'est la théorie des systèmes à état-affine polynomiaux. Cette théorie implique les deux hypothèses suivantes. D'une part la sortie à l'instant  $k$  du système considéré, dépend continûment des entrées aux instants précédents  $0, \dots, k$  et toutes les non linéarités du type saturation brusque, seuil, hystérésis à cycle rectangulaire sont exclues. D'autre part, afin d'éviter que la rapidité du transitoire des variables  $La$  et  $C_m$ , entraîne des écarts modèle-expérience inadmissibles, nous supposons que la variation d'une excitation par rapport à l'autre (ici  $C_m$  par rapport  $La$  ou inversement) est lente.

Le modèle recherché doit contenir le modèle linéaire (1.6-1.7), c'est à dire avoir le même comportement entrée-sortie autour d'un quelconque point de fonctionnement. Pour cela, l'état  $x(k)$  du moteur est augmenté d'un constant égal à 1 [40] :  $x^*(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ 1 \end{bmatrix}$ . Ainsi, les systèmes à état-affine sont des extensions à entrées polynomiales des systèmes bilinéaires (1.8-1.9). Ceci se traduit dans notre application par le schéma de la figure **1.11**.

Dans ces conditions, la représentation d'état de dimension finie des systèmes à état affine s'écrit :

$$x^*(k+1) = \left[ A_0 + \sum_{i=1}^{\sigma_1} P_i \cdot [La(k), C_m(k)] \cdot A_i + \sum_{j=0}^{\sigma_2} P_j \cdot [La(k), C_m(k)] \cdot B_j \right] \cdot x^*(k) \quad (1.10)$$

$$y(k) = C \cdot x^*(k) \quad (1.11)$$

où  $P_i$  sont des monômes fonctions des variables  $La$  et  $C_m$  prises à l'instant  $k$  et  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont les ordres du développement. Les matrices  $A_i$  et  $B_j$  sont donc de dimensions respectives  $(n+1) \times (n+1)$  et  $(n+1) \times m$ . En pratique, on considère que  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ .

Le modèle à état-affine est obtenu d'après les données correspondantes aux 12 points de fonctionnement linéaire. Pour déterminer les matrices  $A_i$  et  $B_j$  du modèle (1.10-1.11), on a procédé à 12 identifications linéaires locales. On obtient ainsi 12 ensembles de valeurs pour les matrices  $A$ ,  $B_1$  et  $B_2$  (1.6-1.7). On utilise ensuite une régression multilinéaire jusqu'à l'ordre  $\sigma$  sur chacun des éléments des matrices  $A_i$  et  $B_j$ . Comme on ne connaît pas a priori l'ordre du développement désiré, on a utilisé comme critère de précision, le coefficient de corrélation multiple [44] pour arrêter les itérations d'où la représentation d'état suivante :

$$x^*(k+1) = \left[ \sum_{i=0}^4 C_r^i(k) \cdot \sum_{j=0}^4 a_{ij} \cdot La^j(k) + \sum_{i=0}^4 C_r^i(k) \cdot La(k) \sum_{j=0}^4 b_{ij} \cdot La^j(k) \right] \quad (1.12)$$

$$y(k) = C \cdot x^*(k) \quad (1.13)$$

La figure **1.12** présente un exemple type de comparaison entre la réponse indicielle expérimentale et celle du modèle à état-affine. L'écart relatif maximum exprimé selon le critère (1.5) n'a guère excédé 10 % pour des variations de  $La$  très importantes (55 %). On observe une capacité prédictive intéressante de ce modèle et ce dans une large zone de fonctionnement du moteur et pour des échelons notables en entrée.

La méthode utilisée, malgré des calculs lourds, montre que le moteur peut-être représenté correctement par un système à état-affine. Cependant, trois limitations particulières doivent être notées [40]:

- 1) - cette méthode demande un grand nombre d'expériences si l'on veut s'assurer d'une précision suffisante,
- 2) - elle privilégie les points autour desquels on réalise les identifications linéaires,
- 3) - la rapidité des transitoires simultanés sur les variables  $La$  et  $C_m$  peut causer des écarts inadmissibles. Aussi cette méthode semble mieux adaptée au cas de moteurs à forte inertie mécanique, donc à variation lente de  $C_m$ , par exemple les moteurs Diesel d'une puissance supérieure à 1 Mw.

#### 5.4 - Présentation du modèle Narmax :

C'est aussi un travail accompli par notre groupe de modélisation du groupe moteur afin de réaliser sa commande [98]. Avec ce type de modèle on peut approcher la non linéarité du moteur à l'aide de simples fonctions polynomiales [118]. Le modèle s'écrit :

$$y(t) = F(y(t-1), \dots, y(t-ny), u(t-1), \dots, u(t-nu), \dots, e(t-1), \dots, e(t-ne)) + e(t) \quad (1.14)$$

où :  $u(t)$ ,  $y(t)$  et  $e(t)$  représentent respectivement la variable d'entrée, la variable de sortie et une séquence de bruit blanc supposée non corrélée, de moyenne nulle et de variance finie. La fonction  $F$  est non linéaire par rapport aux entrées-sorties et aux écarts prédits, ces variables étant prises aux instants passés jusqu'à leur ordre respectifs  $nu$ ,  $ny$  et  $ne$ . L'extension au cas multivariable et les conditions d'existence de tels modèles sont définies rigoureusement au plan mathématique dans [96].

Le modèle NARMAX nécessite cependant une procédure d'identification efficace afin d'en extraire une structure simple, car la dimension du modèle peut rapidement croître, conduisant à un modèle ayant peu d'intérêt pratique. On constate sur l'équation (1.14) que ce modèle possède une infinité de structures équivalentes. En effet, en remplaçant  $y(t-1)$  par le modèle  $F$ , un autre modèle différent de (1.14) peut-être obtenu comme suit :

$$y(t) = F^*(y(t-2), \dots, y(t-ny-1), u(t-1), \dots, u(t-nu-1), \dots, e(t-1), \dots, e(t-ne-1)) + e(t)$$

La forme de  $y(t)$  résulte de deux considérations. D'une part les grandeurs  $La$  et  $C_m$  sont indépendantes. D'autre part, par suite de l'additivité des déplacements induits par  $La$  et  $C_m$  sur la position de crémaillère et donc sur le débit de gazole, on admet que ces variables se combinent encore linéairement durant l'étape transitoire. Cette hypothèse a été vérifiée dans [38]. Les grandeurs  $La$  et  $C_m$  sont donc séparables dans le modèle (1.14) d'où la forme :

$$y(t) = F1(y(t-1), \dots, y(t-ny1), La(t-1), \dots, La(t-nu1), \dots, e(t-1), \dots, e(t-ne1)) \\ + F2(y(t-1), \dots, y(t-ny2), \dots, C_m(t-1), \dots, C_m(t-nu2), e(t-1), \dots, e(t-ne2)) + e(t) \quad (1.16)$$

Les fonctions  $F1$  et  $F2$  caractérisent les non linéarités du modèle recherché, respectivement en  $La$  et  $C_m$ . Elles peuvent prendre plusieurs formes mathématiques. Dans le but de garder une certaine simplicité à ce modèle, nous avons choisi de simples monômes de degré maximal égal à deux. On aboutit à un modèle relatif aux variables liées à la pollution de structure explicite :

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^2 \left\{ a_i y_k(t-i) + \sum_{j=1}^2 \left[ (b_{1ij} u_i(t-j)^2) + (b_{2ij} u_i(t-j-1)^2) y_k(t) \right. \right. \\ \left. \left. + (b_{3ij} u_i(t-j-1)^2) + (b_{4ij} u_i(t-j-2)^2) y_k(t) \right. \right. \\ \left. \left. + (c_{1i} e_i(t-j-1)^2) + (c_{2j} e_i(t-j-2)^2) y_k(t) \right] \right\} \quad (1.17)$$

avec :  $y_k$  : sortie,  $k = 1$  --- sortie HC,  $k = 2$  --- sortie Opacité des fumées ,

$u_i$  : entrée,  $i = 1$  --- entrée La,  $i = 2$  --- entrée  $C_m$ , et  $a_i, b_{nij}, c_{nj}$  : coefficients du modèle.

Par rapport à l'équation (1.14), on remarque que dans le modèle (1.17) on a :  $ny1 = ny2 = 2$ ,  $nu1 = nu2 = ne1 = ne2 = 4$ , ce qui lui confère une certaine simplicité. Ce modèle contient le modèle linéaire local instationnaire et le modèle non linéaire stationnaire.

### 5.5 - Méthode de représentation par zone :

L'espace de fonctionnement du moteur est partagé en plusieurs zones judicieusement choisies. Chaque zone est décrite par un modèle linéaire (fonction de transfert ou espace vectoriel d'état) dont les paramètres varient en fonction de la zone de fonctionnement. Les modèles statiques sont obtenus grâce à des cartographies expérimentales du moteur [74].

Un exemple de cette méthode concerne les émissions des polluants [34] dont les modèles adoptés sont de type polynomiales. Leur structure générale est de la forme :

$$Polluant_{zonei}(La, C_m) = \sum_{j=0}^n \{ A_{ij}(C_m) \cdot La^j \} \quad (1.18)$$

Avec

$$A_{ij}(C_m) = \sum_{k=0}^m \{ B_{ijk} \cdot C^k \} \quad (1.19)$$

La répartition des zones est fonction de l'allure de la courbe de pollution en fonction des entrées. A la frontière de zone, les modèles de deux zones contiguës correspondantes doivent fournir la même valeur.

La figure 1.13 représente, à titre d'exemple, la cartographie des hydrocarbures HC. Cette carte est subdivisée en deux zones de fonctionnement caractérisées par l'allure des pentes : zone de variation importante de la concentration volumique de HC en fonction de La (I), le taux de variation étant sensiblement constant et zone de faible variation de cette concentration, le taux de variation évolue linéairement (II). Ces deux zones sont présentées sur la figure 1.14 dans le plan de fonctionnement du moteur.

Le modèle des  $HC$ , dans chaque zone, est selon [34] un polynôme de troisième degré en  $La$ , Les  $A_{ij}$  sont aussi des polynômes en troisième degré.

## **CONCLUSION**

Le choix du modèle "optimum" diffère considérablement en fonction de l'objectif. Nous nous intéressons ici à la modélisation en temps réel du moteur Diesel suralimenté par turbocompresseur à géométrie variable. Nous avons vu que le moteur est un processus hautement non linéaires et contenant plusieurs combinaisons des non linéarités . Le choix d'un modèle linéaire (fonction de transfert, espace d'état vectoriel) peut conduire donc à des résultats aberrants.

Parmi les modèles non linéaires, un large choix est proposé par cette étude bibliographique. Chacun présente, en fonction des objectifs définies, des avantages et des inconvénients. Le modèle acoustique conduit suite aux simplifications apportées à un système d'équations aux dérivées partielles intégrables analytiquement mais d'une utilisation limitée aux conduites d'admission. La méthode des caractéristiques reproduit bien le comportement global du moteur, elle est largement utilisée pour la conception des collecteurs des moteurs alternatifs, mais, son temps de calcul reste important. La méthode de "vidange et de remplissage" néglige l'effet de l'alimentation pulsée de la turbine, son caractère itératif nécessite un temps de calcul considérable.

Les modèle de représentation ne présentent pas un problème de temps de calcul. Néanmoins, ces méthodes appliquées sur des processus possédant des variables dynamiques très séparées (variables lentes et d'autres rapides) nécessitent un grand nombre d'essais expérimentaux, leur précision reste toujours fonction de ce nombre d'expériences ainsi que des points privilégiés par ces expériences. L'absence de l'information physique que peut fournir un modèle de connaissance reste dangereux pour ces méthodes surtout lorsque les facteurs influant sur le processus sont multiples tel que le cas de la pollution dans les moteurs Diesel.

La détermination d'un modèle mathématique pour le moteur nécessite donc diverses hypothèses simplificatrices afin de limiter sa complexité tout en gardant le maximum possible de la précision nécessaire aux objectifs fixées. Nous allons essayer donc d'élaborer un modèle de connaissance, compromis entre la simplicité et la précision, simulant le comportement stationnaire et dynamique du moteur. Cette étude est réalisée au niveau du chapitre 03.

*Figure 1.1 : Représentation générale d'un processus.*

*Figure 1.2 : Saturation*

*Figure 1.3 : Seuil*

*Figure 1.4 : Tout ou rien*

*Figure 1.5 : Hystérésis*

*Figure 1.6 : Accord sur le fondamental d'admission*

*Figure 1.7 : Influence de la longueur de la tubulure sur le couple moteur*

*Figure 1.8 : Comparaison des lois de pression calculée et mesuré en aval d'une soupape*

*Figure 1.9 : Comparaison des lois de pression calculée et mesuré  
en aval d'un pot de détente*

*Figure 1.10 : Schéma fonctionnel retenu pour le modèle linéaire*

*Figure 1.11 : Système à état affine ou bilinéaire à entrées polynomiales*

*Figure 1.12 : Simulation des sorties HC et  $\dot{m}_a$  par le modèle à état affine*

*Figure 1.13 : Cartographie expérimentale de HC en régime stationnaire*

*Figure 1.14 : Répartition des zones de HC dans le plan  $L_a$  et  $C_m$*